

Kosmologia ciemnej materii z oddziaływaniem skalarnym

Wojciech A. Hellwing

Rozprawa doktorska z zakresu astrofizyki
napisana pod kierownictwem prof. dra hab. Romana Juszkiewicza

Centrum Astronomiczne im. M. Kopernika, Warszawa

22 lipca 2010



Pale Blue Dot - Ziemia z odległości około 6,4 mld km.

Zastanówmy się znów nad tą kropką. To tutaj, to jest dom, to jesteśmy my. Na niej są wszyscy, których kochasz, wszyscy, których znasz, wszyscy, o których kiedykolwiek słyszałeś, każda ludzka istota, która kiedykolwiek była, żyła na niej. Suma wszystkich naszych radości i smutków (...) Ziemia jest bardzo małą sceną na przeogromnej arenie kosmosu. Pomyśl o rzekach krwi przelanych przez wszystkich tych generałów i cesarzy, tak by w chwili chwały, mogli zostać chwilowymi władcami kawałeczka kropki.(...) Nasze postawy, nasze wyobrażone poczucie własnej ważności, złudzenie, że zajmujemy jakieś uprzywilejowane miejsce we Wszechświecie, to wszystko zostaje podważone przez jedną kropkę bladego światła. Nasza planeta jest samotnym ziarenkiem pośrodku tej wielkiej, otaczającej nas, kosmicznej ciemności. W naszym ukrytym miejscu, pośród całego tego ogromu, nic nie sugeruje, że pomoc nadejdzie z zewnątrz, by ocalić nas przed nami samymi.(...) Mówi się, że astronomia to zajęcie, które buduje pokorę i charakter. Być może nie ma lepszego przykładu na ludzką zarozumiałość i szaleństwo, niż ten odległy obraz naszego malutkiego świata. Dla mnie obraz ten podkreśla naszą odpowiedzialność za bycie bardziej życzliwymi dla siebie, oraz za zachowanie i docenienie tej bladoniebieskiej kropki. Jedyne domy jakie mamy.

Carl Sagan, „Pale Blue Dot“

Rozprawę dedykuje mojej
córeczce Helence, która
jest słońcem wszystkich
moich dni.

Podziękowania

Chciałbym serdecznie podziękować kolegom Radkowi Wojtakowi i Krzysztofowi Hryniewiczowi za dogłębne przeczytanie manuskryptu rozprawy i krytyczne uwagi. Dzięki Wam koledzy ten tekst jest o wiele lepszy. Następne słowa wielkiego podziękowania należą się mojej Córce Helence, Mamie Grażynie i Bratu Maćkowi. Bez Was kochani ta praca nie miałaby sensu, dziękuję za miłość i wsparcie, jakie od Was dostaję każdego dnia. W dalszej kolejności chciałbym podziękować mojemu promotorowi - profesorowi Romanowi Juskiewiczowi. Romanie, dziękuję Ci za nasze dyskusje, za pyszną herbatę, którą mnie przy ich okazji raczyłeś. Dziękuję za wsparcie i pomoc jakich mi udzielałeś w ciągu ostatnich, długich pięciu lat. Podziękowania należą się też Arturowi Rutkowskiemu, Radkowi Wojtakowi, Maćkowi Bilickiemu, Pawłowi Ciecielagowi, Rienowi van de Weijgeertowi, Stefanowi Knollmanowi oraz Alexnadrowi Knebemu za inspirujące dyskusje naukowe. Dziękuję również doktorowi Stanisławowi Wronie za skierowanie mnie za moich młodych lat na ścieżki adepta astrofizyki. Dziękuję wszystkim koleżankom i kolegom ze studium doktoranckiego CAMK za stworzenia niepowtarzalnej i wspaniałej atmosfery, bez której praca naukowa na dłuższą metę jest niemożliwa. Na koniec chciałbym podziękować dyrekcji CAMK PAN za umożliwienie mi podjęcia studiów doktoranckich w Centrum Astronomicznym.

Słowniczek

AHF - AMIGA Halo Finder - program do indetyfikacji w polu gęstości hal CM,
AZ - aproksymacja Zeldowicza,
CE - ciemna energia,
CFM - ciłakowa funkcja mas,
CIC - Cloud In Cell, typ funkcji przypisania gęstości,
CM - ciemna materia,
DSTF - dyskretna szybka transformata Fouriera,
EdS - model Eisnteina de Sittera,
GADGET2 - kosmologiczny kody N-ciałowy/hydrodynamiczny autorstwa Volkera Springela,
NGP - Nearest Grid Point, typ funkcji przypisania gęstości, OTW - ogólna teoria względności,
PS - Pressa-Schechter formalizm,
ReBEL - daRk Breaking of Equivalence principLe,
redshift, poczerwienienie, przesunięcie ku czerwienie - w tej pracy zawsze rozumiane też samo jako kosmologiczny parametr czasu $z = a^{-1} - 1$
 Λ CDM - model Lambda Cold Dark Matter,
SMK - standardowy model kosmologiczny,
TSC - Triangular Shaped Cloud, typ funkcji przypisania gęstości
ZWK - zliczenia w komórkach,

Konwencja matematyczna

\mathbf{a}, \mathbf{A} - trójwymiarowe wektory,
 \vec{x} - trójwymiarowy wektor wyrażony we współrzędnych kartezjańskich,
 i, j, k - indeksy wektorów lub tensorów przebiegające $1 \leq i \leq 3$,
 \dot{a} - różniczkowanie po kosmicznym czasie,
jeżeli nie podano inaczej, to wszelkie odległości wyrażone są we współrzędnych współporuszających się.

Spis treści

Podziękowania	v
Słowniczek	vii
Spis rysunków	xiv
Spis tablic	xv
1 Wprowadzenie	1
1.1 Wszechświat Friedmanna	2
1.1.1 Podstawowe założenia	3
1.1.2 Równania Friedmana	5
1.1.3 Ewolucja czynnika skali	9
1.2 Powstawanie kosmicznych struktur	10
1.2.1 Mechanizm kosmicznej inflacji	11
1.2.2 Liniowa teoria zaburzeń	15
1.2.3 Wzrost zaburzeń gęstości podczas epoki dominacji promieniowania	18
1.2.4 Wzrost zaburzeń gęstości podczas epoki dominacji materii	18
1.2.5 Wzrost zaburzeń gęstości podczas epoki dominacji Λ	19
1.3 Model Λ CDM a obserwacje astronomiczne	21
1.4 Trudności modelu standardowego	24
1.4.1 Galaktyki karłowate	24
1.4.2 Parametr koncentracji c hal gromad galaktyk	25
1.4.3 Galaktyki spiralne z dominującym dyskiem	25
1.4.4 Wczesna powtórna jonizacja	26
1.4.5 Zawartość materii barionowej w gromadach	26
1.4.6 Masywne supergromady na redshiftach $z \sim 1$	27
1.4.7 Złamanie hierarchiczności powstawania struktur	27
1.5 CM i oddziaływania skalarne - model ReBEL	27
1.5.1 Podstawy teoretyczne	28
1.5.2 Model fenomenologiczny	31
1.5.3 Powstawanie kosmicznych struktur w modelu ReBEL	32
1.6 Kosmologiczne symulacje N-ciałowe - kod GADGET2	33
1.6.1 Numeryczna grawitacja	35

1.6.2	Modyfikacje uwzględniające model ReBEL	44
1.6.3	Numeryczna hydrodynamika	46
1.6.4	Warunki początkowe	49
1.7	Podsumowanie	50
2	Kosmiczne pola gęstości	53
2.1	Wstęp	53
2.2	Statystyczne miary kosmicznych struktur	53
2.2.1	Metoda interpolacji gęstości	54
2.2.2	Metoda „zliczeń w komórkach”	55
2.2.3	Błędy pomiaru metody ZWK	58
2.2.4	Symulacje numeryczne	59
2.2.5	Testy metod estymacji	61
2.3	Pole gęstości CM	72
2.3.1	Trójwymiarowe widmo mocy	72
2.3.2	Hierarchia amplitud korelacyjnych	73
2.3.3	Skośność i kurtoza	76
2.3.4	Ewolucja czasowa S_3 i S_4	79
2.3.5	Funkcje gęstości prawdopodobieństwa	85
2.4	Pole gęstości barionów	89
2.4.1	Modelowanie numeryczne	90
2.4.2	Trójwymiarowe widmo mocy	90
2.4.3	Skośność i kurtoza	93
2.5	Podsumowanie	96
3	Obiekty związane grawitacyjnie - hala CM	99
3.1	Wstęp	99
3.2	Modelowanie numeryczne	100
3.2.1	Identyfikacja hal w polu gęstości	102
3.3	Statystyka populacji hal CM	103
3.3.1	Funkcja masy hal	103
3.3.2	Profile gęstości	107
3.3.3	Rotacja hal i ich spin	112
3.3.4	Geometria hal	117
3.4	Korelacje przestrzenne	119

3.5	Przyspieszone powstawanie struktur	123
3.5.1	Historie akrecji masy	123
3.5.2	Redshift uformowania	126
3.5.3	Ewolucja funkcji mas	131
3.6	Podsumowanie	131
4	Podsumowanie i dyskusja wyników	135
A	Dodatek - Numeryczne funkcje wygładzające	139
B	Dodatek - Wyprowadzenie analitycznej postaci $\gamma_1(R)$	141
	Bibliografia	144

Spis rysunków

1.1	Ewolucja czasowa parametrów Ω	9
1.2	Ewolucja wielkoskalowej struktury	20
1.3	Wzrost zaburzeń gęstości w reżimie liniowym	34
1.4	Drzewo przestrzenne Barnes-Huta	39
1.5	Schemat hierarchicznej struktury typu drzewa.	40
2.1	Teoretyczne i zmierzone widmo mocy dla modeli 180LCDM, 360LCDM i 512LCDM	62
2.2	Test estymacji wariancji dla symulacji 1024SCDM	63
2.3	Test estymacji wariancji dla symulacji $180h^{-1}$ Mpc	65
2.4	Test skośności S_3 modelu 1024SCDM	67
2.5	Wpływ rozmiarów pudła na estymacje skośności.	68
2.6	Test warunków początkowych	70
2.7	Widma mocy $P(k)$ w symulacjach o pudle $180h^{-1}$ Mpc	72
2.8	Hierarchie amplitud S_n	74
2.9	Hierarchie amplitud S_n narysowane osobno	75
2.10	Skośność w symulacjach $180h^{-1}$ Mpc	77
2.11	Kurtoza w symulacjach $180h^{-1}$ Mpc	78
2.12	Ewolucja czasowa stosunków skośności $S_3^{ReBEL}/S_3^{\Lambda CDM}$	80
2.13	Ewolucja czasowa stosunków kurtozy $S_4^{ReBEL}/S_4^{\Lambda CDM}$	81
2.14	Dystrybucje zliczeń w komórkach	85
2.15	Dystrybucje zliczeń w komórkach	86
2.16	Ewolucja czasowa widm mocy	91
2.17	Skośność pola gęstości barionów i CM	94
2.18	Kurtoza pola gęstości barionów i CM	95
3.1	Funkcja mas dla symulacji $180h^{-1}$ Mpc	106
3.2	Uśrednione profile gęstości hal z symulacji $32h^{-1}$ Mpc	109
3.3	Fity NFW do uśrednionych profili gęstości hal z symulacji $32h^{-1}$ Mpc	111
3.4	Dystrybucje parametru spinu w symulacjach $32h^{-1}$ Mpc	114
3.5	Dystrybucje parametru spinu wraz z dopasowanymi rozkładami logarytmicznymi normalnymi	115
3.6	Zależność $\lambda - M_{vir}$	116

3.7	Dystrybucja parametru T hal badanych modeli	117
3.8	Dystrybucje parametrów e_1 i e_2	117
3.9	Skośność policzona dla katalogów hal CM	120
3.10	Kurtoza policzona dla katalogów hal CM	121
3.11	Historie akrecji masy (HAM) dla 6 wybranych hal CM	125
3.12	Rozkłady prawdopodobieństwa redshiftu uformowania się	126
3.13	Wykres hierarchiczność powstawania struktur dla wszystkich modeli. Związek pomiędzy redshiftem uformowania się $z_{1/2}$ obiektu a jego masą M_0 . Słupki błędów odpowiadają rozrzutowi 1σ od średniej dla danego przedziału masy. Ze względu na przejrzystość pokazujemy błędy tylko dla modeli LCDM i 32B1RS1000, błędy pozostałych modeli są tych samych rzędów.	128
3.14	Ewolucja całkowych funkcji mas	130

Spis tablic

1.1	Aktualne oszacowania podstawowych parametrów modelu Λ CDM	22
2.1	Parametry opisujące symulacje komputerowe.	59
2.2	Zmierzone wartości amplitudy S_3 w symulacjach $180h^{-1}$ Mpc	79
2.3	Zmierzone wartości kurtozy w symulacjach $180h^{-1}$ Mpc	82
2.4	Zmierzone różnice w S_3 i S_4 dla różnych redshiftów	83
3.1	Parametry opisujące symulacje komputerowe.	100
3.2	Średnie wartości parametrów geometrii hal	119
3.3	Średnie wartości i rozrzuty 1σ dystrybucji $z_{1/2}$ i z_* dla wszystkich badanych modeli.	127

Wprowadzenie

Ludzie od wielu tysięcy lat tworzą modele Wszechświata, który zamieszkujemy, starając się znaleźć ład i porządek kierujący światem pośród chaosu. W miarę pogłębiania wiedzy i rozszerzania obserwacji, ludzkość ulepszała swój model świata, każdy następny lepiej tłumaczył otaczającą nas rzeczywistość. Zapytać można, skąd płynie ta potrzeba znajdowania praw rządzących światem? Odpowiedź nie jest zbyt trudna, starczy spojrzeć na niebo, gdzie po każdej nocy następuje dzień, po każdej pełni Księżycy pojawia się Nów, a po każdej wiosnie lato, jesień i w końcu zima. Są to oczywiste znaki mówiące, że muszą istnieć pewne reguły rządzące tymi cyklicznymi zjawiskami. Skoro więc obserwatorzy zauważają, iż wiele aspektów naszej rzeczywistości podlega pewnym prawidłowościom, naturalne jest, że człowiek tworzył modele świata (a później Wszechświata) zawierające zbiór reguł i aksjomatów, które miały dawać odpowiedzi na pytania: Dlaczego świat jest taki jaki jest? Dlaczego planety krążą wokół Słońca, jabłka spadają z jabłoni, zaś Księżyc nie uderza w Ziemię?

Historia pogłębiania ludzkiej wiedzy i zrozumienia na temat praw i zjawisk występujących we Wszechświecie to historia postępu. Na miejsce starych powstawały nowe modele, które lepiej i zazwyczaj w sposób bardziej prosty i elegancki tłumaczyły obserwacje kosmiczne. Oczywiście po drodze pojawiało się wiele ślepych zaułków. Zawsze jednak podstawowa zasada poznania świata fizycznego, czyli zgodność empirii z teorią, obalała błędne teorie i modele, wprowadzając na ich miejsce bardziej poprawne i lepsze. Tak było już przed wiekami, gdy dla naszych przodków najpierw całym Wszechświatem była nasza planeta. Dzięki obserwacjom astronomicznym fałszywy model płaskiej Ziemi został zastąpiony przez prawidłowy pogląd o kulistości naszej planety. W miarę pogłębiania wiedzy i ulepszania metod obserwacyjnych to, co człowiek nazywał Wszechświatem, rozrastało się coraz bardziej. Ptolemejski model Układu Słonecznego zastąpiła doskonalsza teoria Kopernika, by następnie być ulepszoną i zastąpioną przez model Keplera.

Dziś, na początku XXI wieku to co nazywamy Wszechświatem, rozpościera się na oszałamiającą odległość trzech gigaparseków (Gpc). Oznacza to, że obszar tego co modelujemy i staramy się poznać powiększył się od czasów Ptolemeusza o 13 rzędów wielkości! Ziemia została zdegradowana z centralnego punktu Wszechświata do maciupkiej plamki zatopionej pośród ogromu materii i przestrzeni. Jednakże człowiek nie składa broni przed tak wielkim majestatem przyrody. Wręcz przeciwnie, od prawie stu lat naukowcy konstruuja i ulepszają matematycznie ścisły model Wszechświata, który opisuje ewolucję i parametry tego niemal nieogarnionego oceanu przestrzeni.

Kosmologia to nauka, która stawia sobie za cele zbadanie struktury i budowy Wszechświata, jego ewolucji oraz przyszłych losów. Jeszcze dwa stulecia temu kosmologia jako taka była uważana raczej za dziedzinę filozofii niż fizyki. Nikomu wówczas nie śniło się nawet by badać Wszechświat w największych skalach za pomocą metod naukowych. Rozwój fizyki w XX wieku, który przyniósł nam przede wszystkim dwie wielkie teorie fizyczne – teorię grawitacji Einsteina i mechanikę kwantową, dostarczył narzędzi pozwalających stworzyć teoretyczne modele Wszechświata. Niebywały, wręcz oszałamiający, rozwój astronomii i technik obserwacyjnych pod koniec XX wieku sprawił zaś, że modele teoretyczne można było wreszcie weryfikować. Kosmologia z nauki czysto teoretycznej zamieniła się w pełni dojrzałą empirycznie część współczesnej fizyki. Jednakże, jak to często w przypadku historii nauki bywało, im więcej byliśmy w stanie zaobserwować i im dalej w głąb morza przestrzeni sięgnąć teleskopami, tym więcej rodziło się zagadek i nowych pytań. Natura lubi nas zaskakiwać.

1.1 Wszechświat Friedmanna

W niniejszej rozprawie zajmujemy się pewnymi specyficznymi modyfikacjami powszechnie akceptowanego obecnie Standardowego Modelu Kosmologicznego (SMK). Model ten ma we współczesnej kosmologii, status podobny do tego, jaki ma Standardowy Model Cząstek Elementarnych w fizyce jądrowej. SMK jest obecnie najlepszym przybliżeniem opisującym Wszechświat, jakim dysponujemy, niemniej zawiera on wciąż wiele otwartych problemów i trudności. Model standardowy oparty jest na modelu Wszechświata Friedmanna z niezerową stałą kosmologiczną, który stosunkowo niedawno (w kosmologicznej skali czasu) przeszedł w fazę przyspieszonej ekspansji. Dla potrzeb dalszej analizy przedstawimy tutaj szerzej pewne istotne elementy modelu standardowego.

1.1.1 Podstawowe założenia

SMK nazywany obecnie również Λ CDM (z ang. *Lambda Cold Dark Matter*) opisuje strukturę i ewolucję Wszechświata od jego najwcześniejszych momentów, gdzie mają jeszcze zastosowanie teorie fizyczne, aż po chwilę obecną. Budowa modelu Λ CDM opiera się na kilku podstawowych założeniach. Pierwszym z nich, i chyba najbardziej doniosłym, jest tzw. *zasada kosmologiczna* lub też *zasada kopernikańska*. Zasada ta głosi, iż **nasze miejsce we Wszechświecie nie jest w żaden sposób wyróżnione czy uprzywilejowane**. Zatem dowolny obserwator umieszczony w dowolnym punkcie Wszechświata powinien na podstawie swoich obserwacji wysnuć takie same wnioski odnośnie globalnych własności Wszechświata, jak obserwator umieszczony na Ziemi. Innymi słowy, **żaden punkt i kierunek we Wszechświecie nie są wyróżnione**. Toteż zasada kosmologiczna implikuje globalną *jednorodność* i *izotropię* kosmosu. Oczywiście obserwacje dnia codziennego jak i obserwacje astronomiczne pouczają nas, że lokalnie Wszechświat nie jest ani jednorodny ani izotropowy. Obserwujemy przecież struktury poczynając od planet, poprzez gwiazdy i galaktyki aż do największych obserwowanych struktur jak supergromady galaktyk i pustki kosmiczne. Lokalnie istnieje też wiele wyróżnionych kierunków, np. kierunek wzdłuż dysku Drogi Mlecznej jest wyraźnie odróżniony od kierunku do niego prostopadłego gdzie gęstość gwiazd i materii międzygwiazdowej są jakościowo różne. Niemniej we współczesnej kosmologii przyjmujemy, iż *globalna* jednorodność i izotropia jest zachowana gdy zastosujemy uśrednianie po odpowiednio dużych obszarach Wszechświata. Wszechświat uśredniony w skali setek megaparseków (Mpc) spełnia zasadę kopernikańską.

Następne fundamentalne założenie polega na przyjęciu, że do opisu globalnej ewolucji i struktury Wszechświata możemy użyć *Ogólnej Teorii Względności* (OTW) Alberta Einsteina [EINSTEIN (1916)]. Ponieważ Wszechświat nie jest statyczny w kosmicznym czasie (podlega ewolucji), izotropia i jednorodność w naszym modelu odnosić się musi tylko do samej przestrzeni, bez czasu. W języku OTW oznaczać to będzie, że czasoprzestrzeń możemy rozłożyć na hiperpowierzchnie stałego czasu, z których każda jest izotropowa i jednorodna. Czasoprzestrzeń skonstruujemy więc jako $\mathbf{R} \times \Sigma$, gdzie \mathbf{R} oznacza kierunek czasu, zaś Σ jest trójwymiarową rozmaitością riemanowską. Jednorodność i izotropowość Σ wymusza, by metryka ją opisująca posiadała największą z możliwych liczbę symetrii, zatem zapiszemy metrykę w postaci

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + a^2(t) \gamma_{ij}(u) du^i du^j . \quad (1.1)$$

Tutaj t to koordynata czasowa, zaś (u^1, u^2, u^3) są współrzędnymi (współporuszającymi się) na Σ , γ_{ij} jest maksymalnie symetryczną metryką na Σ i w końcu $a(t)$ to czynnik skalujący nor-

malizowany dla chwili obecnej t_0 jako $a(t_0) = 1$. Przyjeliśmy również konwencję $\{-, +, +, +\}$ zapisu znaków tensora metrycznego. Interesuje nas maksymalnie symetryczna trzy-metryka euklidesowa γ_{ij} , która powinna spełniać

$$^{(3)}R_{ijkl} = k(\gamma_{ik}\gamma_{jl} - \gamma_{il}\gamma_{jk}), \quad (1.2)$$

gdzie k oznacza pewną stałą, zaś indeks górny (3) przy tensorze Riemanna oznacza, iż jest on powiązany z trzy-metryką γ_{ij} , a nie z całą czasoprzestrzenią $\mathbf{R} \times \Sigma$. Tensor Ricciego będzie zatem

$$^{(3)}R_{jl} = 2k\gamma_{jl}. \quad (1.3)$$

Jeśli nasza przestrzeń ma być możliwie symetryczna, z pewnością będzie sferycznie symetryczna. Możemy metrykę zapisać jako

$$d\sigma^2 = \gamma_{ij}du^i du^j = e^{2B(r)}dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2). \quad (1.4)$$

$B(r)$ jest tutaj pewną funkcją zależną w ogólności od t i r . Możemy policzyć składniki tensora Ricciego, przyjmując $\partial_0 B = 0$, co daje

$$\begin{aligned} ^{(3)}R_{11} &= \frac{2}{r}\partial_1 B \\ ^{(3)}R_{22} &= e^{-2B}(r\partial_1 B - 1) + 1 \\ ^{(3)}R_{33} &= [e^{-2B}(r\partial_1 B - 1) + 1]\sin^2\theta. \end{aligned} \quad (1.5)$$

Teraz, korzystając z powyższych równań oraz z (1.2), możemy obliczyć $B(r)$

$$B = -\frac{1}{2}\ln(1 - kr^2). \quad (1.6)$$

Zestawiając to z (1.4) i (1.1), dostaniemy szukaną metrykę czasoprzestrzeni

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + a^2(t) \left[\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) \right]. \quad (1.7)$$

Jest to **metryka Robertsona-Walkera (RW)** [ROBERTSON (1929); WALKER (1933)] opisująca rozszerzający się jednorodny i izotropowy Wszechświat.

Zauważmy, że podstawienia

$$\begin{aligned} k &\rightarrow \frac{k}{|k|} \\ r &\rightarrow \sqrt{|k|}r \\ a &\rightarrow \frac{a}{\sqrt{|k|}} \end{aligned} \quad (1.8)$$

nie zmieniają (1.7), zatem jedynym znaczącym parametrem jest $k/|k|$, który może przyjmować trzy wartości: $k = -1$, $k = 0$ i $k = +1$. Przypadek $k = -1$ odpowiada stałej ujemnej krzywiznie na Σ i nazywany jest otwartym. $k = 0$ oznacza znikanie krzywizny na Σ i nazywany jest płaskim, zaś $k = +1$ odpowiada dodatniej krzywiznie na Σ i nazywa się go zamkniętym.

Przeanalizujemy te trzy możliwości. Dla płaskiego przypadku $k = 0$ metryka (3-metryka przestrzenna) na Σ ma postać

$$\begin{aligned} d\sigma^2 &= dr^2 + r^2 d\Omega^2 \\ &= dx^2 + dy^2 + dz^2, \end{aligned} \quad (1.9)$$

zatem mamy do czynienia po prostu z przestrzenią euklidesową. Dla przypadku zamkniętego z $k = +1$ możemy zdefiniować $r = \sin \chi$ i zapisać metrykę Σ jako

$$d\sigma^2 = d\chi^2 + \sin^2 \chi d\Omega^2. \quad (1.10)$$

Jest to oczywiście metryka hypersfery (trójwymiarowej). W ostatnim przypadku otwartym z $k = -1$, podstawiając $r = \sinh \psi$, otrzymamy

$$d\sigma^2 = d\psi^2 + \sinh^2 \psi d\Omega^2. \quad (1.11)$$

Powyższa metryka opisuje przestrzeń hiperboliczną o globalnej krzywiznie ujemnej, której lokalną analogią dwuwymiarową jest powierzchnia siodła.

1.1.2 Równania Friedmana

Wszechświat z metryką RW może w ogólności albo podlegać globalnej kontrakcji, albo ekspansji. Albert Einstein wiedziony niechęcią wobec obrazu Wszechświata, którego czasoprzestrzeń podlega globalnej ewolucji czasowej, wprowadził do swoich równań OTW słynny czynnik Λ , który miał opisywać globalną siłę odpychającą i został nazwany później *stałą kosmologiczną*¹. Wprowadzenie Λ pozwoliło znaleźć takie rozwiązania równań OTW, w których globalna czasoprzestrzeń była statyczna. Jak wykazał jednak Alexander Friedmann [FRIEDMANN (1924)], takie rozwiązania są wysoce niestabilne. Już nawet najmniejsze zaburzenie w postaci jednej cząstki materialnej niszczy stan równowagi i Wszechświat zaczyna

¹Sam de Sitter wyraził się o członie Λ następującymi słowami: "Człon ten pomniejsza symetrię i doskonałość oryginalnej teorii Einsteina".

globalnie ekspandować lub kurczyć się. Friedmann podał również rozwiązania równań Einsteina dla jednorodnego i izotropowego Wszechświata (zatem takiego, którego czasoprzestrzeń ma metrykę RW) przy założeniu, że wypełniającą go materię można opisać w postaci idealnego płynu. Nazwano je równaniami Friedmanna i razem z metryką Robertsona-Walkera tworzą podwaliny modelu Wszechświata Friedmanna-Robertsona-Walkera. Równania Friedmanna mają postać

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3} \left(\rho + \frac{3p}{c^2} \right) + \frac{\Lambda}{3} \quad (1.12)$$

oraz

$$\left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 = \frac{8\pi G\rho}{3} - \frac{kc^2}{a^2} + \frac{\Lambda}{3}, \quad (1.13)$$

gdzie G to stała grawitacji Newtona, p oznacza ciśnienie, ρ gęstość masy, Λ to stała kosmologiczna zaś różniczkowanie jest liczone względem kosmicznego czasu t . Równania Friedmanna nie są niezależne, ponieważ drugie z nich można otrzymać z pierwszego, gdy weźmie się pod uwagę adiabatyczną ekspansję Wszechświata. Dla „standardowych” płynów idealnych, jakimi kosmologowie wypełniają modele Wszechświata (promieniowanie, pył i stała kosmologiczna), równanie (1.12) prowadzi do wniosku, że \ddot{a} jest zawsze ujemne. Z drugiej strony wiemy, że $\dot{a} > 0$ dla obecnej epoki (o czym będzie jeszcze dalej). Prowadzi to do wniosku, że musi istnieć punkt, w którym $a = 0$, gdzie spotykają się wszystkie line świata i gęstość staje się nieskończona. Punkt ten nazywany jest *osobliwością Wielkiego Wybuchu* i jego istnienie wynika z warunków początkowych opisujących jednorodny i izotropowy Wszechświat.

Jak wspomniano wcześniej, sam Albert Einstein kontestował model kosmologiczny, w którym czasoprzestrzeń globalnie rozszerza się lub kurczy. Ekspansja Wszechświata, jak pokazano powyżej, implikuje również istnienie osobliwości początkowej, a zatem punktu w którym załamują się prawa OTW. Dostępne na początku lat dwudziestych XX wieku obserwacje astronomiczne wspierały raczej obraz wiecznego i niezmiennego w czasie Wszechświata. Sytuacja obserwacyjna zmieniła się diametralnie w 1929 roku, gdy amerykański astronom Edwin Hubble opublikował swoją słynną pracę zawierającą wyniki pomiarów odległości i prędkości względem Ziemi odległych galaktyk [HUBBLE (1929)]. Pomiarzy Hubble’a wyraźnie wskazywały, iż większość obserwowanych galaktyk oddala się od Ziemi. Zjawisko to nazwano *ucieczką galaktyk* i wyraźnie współgrało z postulowaną przez równania Friedmanna globalną ekspansją. Co więcej, charakter ucieczki galaktyk można było wyrazić za pomocą matematycznej prawidłowości, nazwanej prawem Hubble’a

$$\mathbf{v} = H\mathbf{r}; \quad H(t) = \frac{\dot{a}}{a} \quad (1.14)$$

gdzie \mathbf{v} to prędkość ucieczki galaktyki znajdującej się w odległości \mathbf{r} , zaś $H(t)$ to stała proporcjonalności (w ogólności zmienna w czasie) nazywana parametrem Hubble'a. Prawo Hubble'a zależy liniowo od odległości, zatem im dalej znajduje się galaktyka, tym szybciej się od nas oddala. Einstein, gdy w 1930 roku zapoznał się z wynikami Hubble'a, odrzucił ostatecznie model stacjonarnego Wszechświata, a wprowadzenie do równań OTW stałej kosmologicznej określił jako swoją największą pomyłkę. Warte odnotowania jest to, że postać prawa Hubble'a przedstawiona w równaniu (1.14) to jedyna funkcjonalna postać ekspansji Wszechświata, która zachowuje globalną jednorodność i izotropię, co jako pierwszy odnotował w 1933 roku Milne [MILNE (1933)].

Równanie Friedmana (1.13) można przekształcić do postaci

$$\frac{kc^2}{H^2 a^2} = \frac{8\pi G}{3} H^{-2} \rho + \frac{\Lambda}{3H^2} - 1 \equiv \Omega - 1, \quad (1.15)$$

gdzie Ω wyraża stosunek gęstości energii do tzw. *gęstości krytycznej* ρ_c , jaką ma płaski Wszechświat o geometrii euklidesowej z $k = 0$:

$$\Omega \equiv \frac{\rho}{\rho_c} + \frac{\rho_\Lambda}{\rho_c} = \Omega_m + \Omega_\Lambda, \quad \rho_c \equiv \frac{3H^2}{8\pi G}, \quad \rho_\Lambda \equiv \frac{\Lambda}{8\pi G}. \quad (1.16)$$

Powyżej ρ to gęstość materii, zaś ρ_Λ to gęstość energii związana z niezerową stałą kosmologiczną. Ponieważ $H^2 a^2 \geq 0$, znak $(\Omega - 1)$ determinuje znak k , a zatem globalną krzywiznę przestrzeni. Dla Wszechświata o płaskiej geometrii mamy zatem $\Omega = 1$. Lewą stronę równania (1.15) można utożsamiać z globalną krzywizną Wszechświata, dla której możemy zapisać efektywną gęstość energii w postaci

$$\rho_k = -\frac{3}{8\pi G} \frac{kc^2}{a^2}. \quad (1.17)$$

Teraz możemy zapisać równanie na ewolucję czasową czynnika skali $a(t)$ w postaci bezwymiarowej

$$\Omega_k = 1 - \Omega, \quad \text{gdzie:} \quad (1.18)$$

$$\Omega_k \equiv \frac{\rho_k}{\rho_c}, \quad \Omega = \frac{\rho_m + \rho_\gamma + \rho_\nu + \rho_\Lambda}{\rho_c} = \Omega_m + \Omega_\gamma + \Omega_\nu + \Omega_\Lambda. \quad (1.19)$$

Tutaj kolejne składniki parametru Ω odpowiadają różnym składnikom tensora energii-pędu, zatem różnym kosmologicznym płynom modelującym zawartość Wszechświata. ρ_γ to gęstość energii promieniowania (fotonów), ρ_m oznacza gęstość materii nierelatywistycznej, ρ_ν modeluje wkład gęstości energii pochodzącej od relatywistycznych cząstek (np. neutronów, o ile posiadają niezerową masę) zaś ρ_Λ to wspomniana już wcześniej gęstość energii związana ze stałą kosmologiczną, lub działającą podobnie *Ciemną Energią* (CE). Na nierelatywistyczną

materię składają się bariony oraz *Ciemna Materia* (CM), która nie oddziałuje ani elektro-słabo², ani silnie jądrowo. Możemy więc rozłożyć parametr Ω_m na dwa przyczynki

$$\Omega_m = \Omega_b + \Omega_{DM} . \quad (1.20)$$

Składniki tensora energii-pędu

$$T^\mu{}_\nu = \text{diag}(-\rho c^2, p, p, p) , \quad (1.21)$$

reprezentowane przez różne gęstości ρ_i (różne kosmologiczne płyny doskonałe) mają w ogólności różne postaci równania stanu wiążącego gęstość energii z ciśnieniem. Ogólne równanie stanu dla idealnego płynu ma postać

$$p = w\rho c^2 , \quad (1.22)$$

gdzie p to ciśnienie, ρ oznacza gęstość energii, zaś w jest parametrem równania stanu. W przypadku nierelatywistycznej materii (zarówno barionów jak i CM) ciśnienie jest zanie-dbywalnie małe³, toteż $w = 0$. W przypadku promieniowania oraz relatywistycznych neutrin adekwatne jest równanie stanu gazu relatywistycznego z $w = 1/3$. Równanie stanu dla płynu modelującego stałą kosmologiczną ma parametr $w = -1$, jednakże w ogólności dla fenome-nologicznych modeli dynamicznej CE parametr ten zawiera się w zakresie $-2 < w < -0.5$.

Zasada zachowania energii wymusza, by pochodna kowariantna składnika $\nu = 0$ tensora energii-pędu zniknęła $T^\mu{}_{0;\mu} = 0$. Prowadzi to do równania ciągłości

$$\dot{\rho} + 3H(\rho + p) = 0 , \quad (1.23)$$

gdzie drugi człon odpowiada za „rozrzedzanie” ρ przez ekspansję przestrzeni, zaś trzeci odpowiada pracy wykonanej przez ciśnienie kosmicznego płynu.

Z równań (1.22) i (1.23) otrzymujemy relację

$$\rho \propto a^{-3(1+w)} . \quad (1.24)$$

²Ścisłej rzecz ujmując, dopuszcza się by hipotetyczne cząstki CM oddziaływały słabym oddziaływaniem jądrowym z barionami.

³Co jest prawdą dla płynu barionowego rozważanego na kosmologicznych skalach. Lokalnie gaz barionowy podlega prawom hydrodynamiki.

1.1.3 Ewolucja czynnika skali

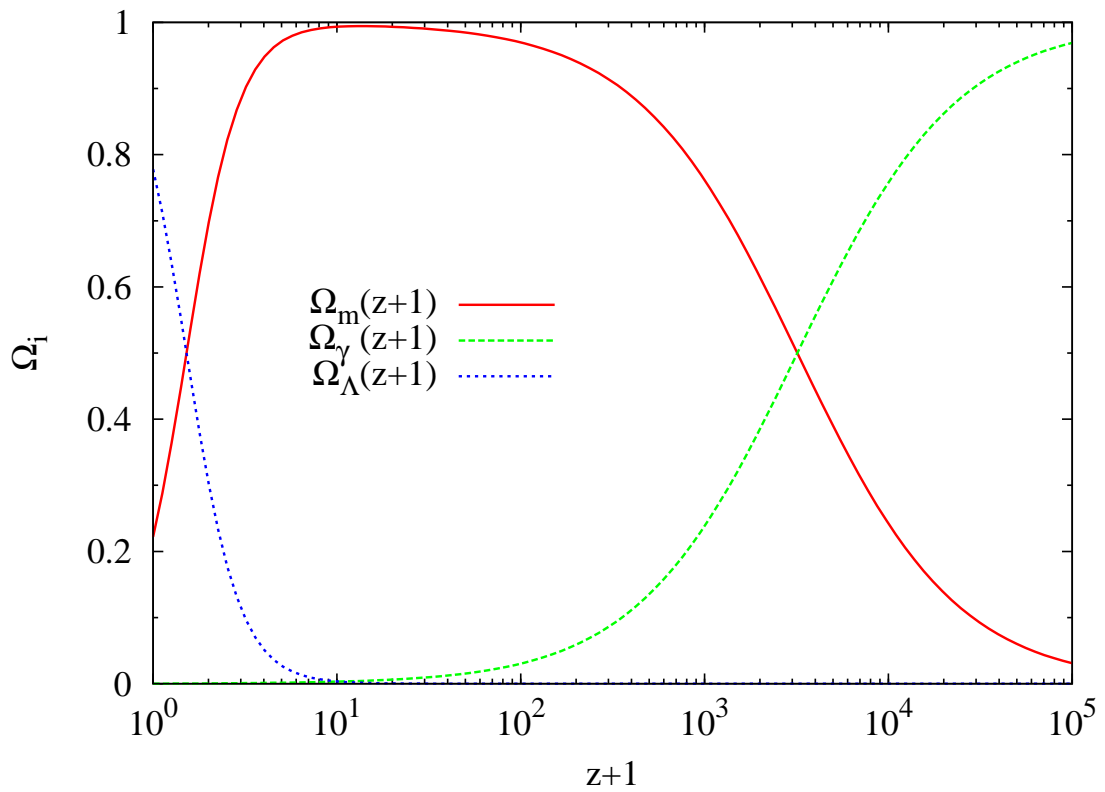
Korzystając z wypisanych wcześniej parametrów równania stanu, możemy zauważyć, że

$$\rho_\gamma \propto a^{-4}, \quad (1.25)$$

$$\rho_m \propto a^{-3}, \quad (1.26)$$

$$\rho_\Lambda = \text{const.} \quad (1.27)$$

Widzimy zatem, że gęstości energii składników Wszechświata w różny sposób zależą od



Rysunek 1.1: Ewolucja czasowa bezwymiarowych parametrów gęstości materii (linia ciągła), promieniowania (linia kreskowana) i stałej kosmologicznej (linia kropkowana) dla „płaskiego” Wszechświata z $\Omega = 1$ i $\Omega_k = 0$.

czynnika skali $a(t)$ a zatem i od czasu kosmicznego. Oznacza to, że na różnych etapach ewolucji dominującą rolę w równaniu Friedmana będzie odgrywał inny składnik „kosmicznej zupy”. Ilustruje to rys. 1.1, gdzie naniesione zostały krzywe opisujące zmienność trzech parametrów gęstości $\Omega_\gamma(z+1)$, $\Omega_m(z+1)$ oraz $\Omega_\Lambda(z+1)$ dla Wszechświata z zerową globalną krzywizną $\Omega_k = 0$. Zmienna z to kosmologiczne poczerwienienie (z ang. *redshift*) zdefinio-

wane przez

$$z = \frac{\lambda_{obs} - \lambda_{em}}{\lambda_{em}}; \quad 1 + z = \frac{a(t_{obs})}{a(t_{em})}. \quad (1.28)$$

Tutaj λ_{em} oznacza długość fali światła w chwili emisji, λ_{obs} długość tej samej fali światła w momencie obserwacji, t_{em} i t_{obs} oznaczają odpowiednio moment emisji i obserwacji. Poczerwienienie jest wygodną logarytmiczną skalą czasu mierzącą bezpośrednio kosmologiczne przesunięcie ku czerwieni fal światła odległych obiektów, efekt pojawiający się na skutek globalnej ekspansji czasoprzestrzeni. Analiza równań (1.25)-(1.27) prowadzi do obserwacji, że podczas ewolucji Wszechświata mamy do czynienia z trzema jakościowo innymi epokami, w których dominującą rolę na zmienność czynnika skali ma inny składnik Wszechświata. Wyróżniamy:

- (i) epokę dominacji promieniowania, gdy $\Omega_\gamma \gg (\Omega_m + \Omega_\Lambda)$, dla $z \gtrsim 10^5$,
- (ii) epokę dominacji materii, gdy $\Omega_m \gg (\Omega_\gamma + \Omega_\Lambda)$, dla $1 \lesssim z \lesssim 10^4$,
- (iii) epokę stałej kosmologicznej, gdy $\Omega_\Lambda \gg (\Omega_\gamma + \Omega_m)$, dla $z \lesssim 0.5$.

Gdy w globalnym budżecie energii dominuje promieniowanie, czynnik skali rośnie jak $a(t) \propto t^{1/2}$. Podczas epoki dominacji materii ewolucja czynnika skali ma postać $a(t) \propto t^{2/3}$. Gdy dominującą rolę w równaniu Friedmana przejmie człon związany ze stałą kosmologiczną, mamy do czynienia z przyspieszoną ekspansją, dla której $a(t) \propto \exp(H(t))$ i parametr Hubble'a jest stały w czasie $H = \frac{\Lambda}{3}$.

1.2 Powstawanie kosmicznych struktur

Wiemy już jak wygląda globalna ewolucja Wszechświata w modelu Λ CDM. Teraz zajmujemy się opisem innej bardzo ważnej, z punktu widzenia tej rozprawy, części SMK - procesu powstawania kosmicznej struktury. Gdyby Wszechświat Friedmanna był idealnie gładki dla wszystkich chwil i na wszystkich skalach, wówczas istnienie obecnie obserwowanych niejednorodności (galaktyk, gromad galaktyk czy pustek) byłoby bardzo trudne do wyjaśnienia. Potrzebny jest mechanizm, który w młodym Wszechświecie stworzy jądra fluktuacji - lokalne odstępstwa od jednorodności. Z takich fluktuacji w miarę upływu czasu mogłyby powstać dzięki grawitacji obserwowana dzisiaj silnie pogrupowana dystrybucja galaktyk i ich gromad.

W ogólności rozważane były dwa różne sposoby by „zasiać” pierwotne fluktuacje: inflacja oraz defekty topologiczne pozostałe po przejściach fazowych we wczesnym Wszechświecie. Obiekty takie jak kosmiczne struny, ściany domen, monopole czy tekstury mogły

powstać jako defekty topologiczne samej tkanki czasoprzestrzeni. Istnieje bogata literatura dotycząca defektów topologicznych związanych z procesami przejść fazowych i łamania symetrii we wczesnym Wszechświecie. Ograniczymy się tutaj do przywołania tylko kilku interesujących prac [KIBBLE (1980); WITTEN (1985); HINDMARSH I KIBBLE (1995); DURRER I IN. (2002)]. Jednakże najnowsze precyzyjne obserwacje astronomiczne, np. widma mocy fluktuacji kosmicznego promieniowania tła (PT) nie zgadzają się z przewidywaniami teorii defektów topologicznych [ALBRECHT I IN. (1997); BOUCHET I IN. (2002)]

1.2.1 Mechanizm kosmicznej inflacji

Inflacja zaproponowana po raz pierwszy przez Alana Gutha w 1981 roku [GUTH (1981)] jako mechanizm pozwalający na rozwiązanie problemów horyzontu i płaskości w naturalny sposób produkuje również pierwotne fluktuacje gęstości. Hipoteza kosmicznej inflacji, mimo że jest nieweryfikowalna bezpośrednio, została włączona do SMK. Hipoteza inflacji w pierwotnym sformułowaniu Gutha zawierała kilka teoretycznych trudności. Najważniejszym z nich był tak zwany „problem łagodnego wyjścia”⁴, który powodował, że inflacja Gutha nigdy się nie kończyła. Model inflacji został rozwinięty i poprawiony w wielu następnych pracach. So najważniejszych z nich należy praca Aleksieja Starobinskiego [STAROBINSKY (1982)]. Literatura związana z modelem inflacji jest zbyt obszerna, by ją tutaj przytaczać, dlatego powołamy się tylko na kilka istotnych prac [LA I STEINHARDT (1989); LINDE (1994); LIDDLE I LYTH (1993); COPELAND I IN. (1994)].

W obecnym sformułowaniu kosmiczna inflacja rozpoczyna się 10^{-36} sekundy po Wielkim Wybuchu, pod koniec tak zwanej epoki wielkiej unifikacji (z ang. *Grand Unification Theory* - GUT). Podczas inflacji Wszechświat rozszerza się w tempie wykładniczym. Eksponencjalna ekspansja jest napędzana ujemnym ciśnieniem energii próżni związanym z polem skalarnym wypełniającym czasoprzestrzeń. Pole skalarne napędzające inflację zostało nazwane **inflatonem**. Na skutek inflacji cały obserwowany Wszechświat był kiedyś częścią małego przyczynowo połączonego obszaru czasoprzestrzeni. Zatem inflacja oferuje naturalne wyjaśnienie obserwowanej jednorodności, izotropii i płaskości Wszechświata. Poprawia to nieco problem warunków początkowych Wszechświata, które są potrzebne, by wyjaśnić obserwowane własności wielkoskalowe. Pozostawia jednak otwartym problem mechanizmu inflatonu i kształtu funkcji jego potencjału.

W standardowym sformułowaniu inflacji (a takie jest uważane za część modelu Λ CDM) dynamika Wszechświata z inflatonem jako dominującym składnikiem tensora energii-pędu

⁴W języku angielskim ten termin ma postać „*gracefull exit problem*”.

jest opisana przez równanie

$$H^2 = \frac{1}{3M_{Pl}^2} \left[V(\phi) + \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 \right], \quad (1.29)$$

gdzie ϕ to pole skalarne inflatonu, kropki oznaczają różniczkowanie względem kosmicznego czasu, a $M_{Pl} = (8\pi G)^{-1/2}$ (kładąc $c = 1$). Równanie ruchu dla inflatonu możemy zapisać w postaci

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} = -V'(\phi), \quad (1.30)$$

gdzie prim oznacza różniczkowanie względem $d\phi$. Jest to zredukowane równanie Kleina-Gordona dla pola skalarnego [PADMANABHAN (2002)]. Człon zależny od parametru Hubble'a powoduje, że pole staje się w przybliżeniu stałe (przytłumione) gdy $H > \sqrt{V''(\phi)}$. Odwrotny przypadek oznacza, że pole może swobodnie ewoluować w dół swojego potencjału. Jeżeli potencjał $V(\phi)$ przyjmuje niemal płaski kształt dla pewnego zakresu wartości ϕ , to możemy wprowadzić przybliżenie „powolnego toczenia”⁵. W tym przybliżeniu potencjał pola skalar-ego dominuje nad jego częściami kinetycznymi

$$V(\phi) \gg \dot{\phi}^2. \quad (1.31)$$

Po przyjęciu powyższego przybliżenia równania (1.29) i (1.30) można zapisać w prostszych postaciach

$$H^2 \simeq \frac{V(\phi)}{3M_{Pl}^2}, \quad (1.32)$$

$$3H\dot{\phi} \simeq -V'(\phi). \quad (1.33)$$

Aby ta powolna ewolucja w dół potencjału („wolne toczenie się”) mogła trwać przez rozsądnie długi czas musimy przyjąć, że człony pominięte w równaniach (1.29) i (1.30) są rzeczywiście bardzo małe. To żądanie można wyrazić za pomocą dwóch parametrów

$$\epsilon(\phi) = \frac{M_{Pl}^2}{2} \left(\frac{V'}{V} \right)^2; \quad \eta(\phi) = M_{Pl}^2 \frac{V''}{V}, \quad (1.34)$$

które powinny przybierać małe wartości. Zazwyczaj przyjmuje się, że inflacja kończy się, gdy powyższe założenie zostaje złamane. Jeżeli faza inflacyjna trwała do pewnego momentu t_{koniec} , to Wszechświat rozszerzył się o czynnik $\exp N(t)$ w czasie interwału (t, t_{koniec}) , gdzie

$$N \equiv \ln \frac{a(t_{koniec})}{a(t)} = \int_t^{t_{koniec}} H dt \simeq \frac{1}{M_{Pl}^2} \int_{\phi_{koniec}}^{\phi} \frac{V}{V'} d\phi. \quad (1.35)$$

⁵z ang. *slow roll-over*

W literaturze zazwyczaj przyjmuje się $N \simeq 65$.

W tym miejscu warto zwrócić uwagę na dwie istotne kwestie związane z tak sformułowanym mechanizmem inflacji. *Po pierwsze*, odpowiednie dobranie funkcji potencjału pola skalarnego pozwala w bardzo łatwy sposób uzyskać dokładne rozwiązania dla $a(t)$ opisujące nagłą ekspansję. W zasadzie dla zadanych postaci $a(t)$, a zatem $H(t) = (\dot{a}/a)$, można wyznaczyć pewien potencjał $V(\phi)$ pola skalarnego tak, by równania (1.29) i (1.30) były spełnione (patrz np. [PADMANABHAN (2002)]). Czytelnik może to w prosty sposób sprawdzić, używając następujących postaci potencjału i inflatonu

$$V(t) = \frac{1}{16\pi G} H \left(6H + \frac{2}{H} \frac{dH}{dt} \right) \quad \phi(t) = \int dt \left(\frac{-2}{8\pi G} \frac{dH}{dt} \right)^{1/2}. \quad (1.36)$$

Dla dowolnej postaci funkcji $H(t)$ powyższe równania wyznaczają $(\phi(t), V(t))$, a zatem *implicitnie* determinują niezbędną postać $V(\phi)$. Dla przykładu potęgowa inflacja w postaci $a(t) = a_0 t^p$ (gdzie $p \gg 1$) jest implikowana przez

$$V(\phi) = V_0 \exp \left(- \sqrt{\frac{2}{p}} \frac{\phi}{M_{Pl}} \right), \quad (1.37)$$

zaś inflacja wykładnicza

$$a(t) \propto \exp(At^f), \quad f = \frac{\alpha}{4 + \alpha}, \quad 0 < f < 1, \quad A > 0, \quad (1.38)$$

powstaje kiedy potencjał inflatonu ma postać

$$V(\phi) \propto \left(\frac{\phi}{M_{Pl}} \right)^{-\alpha} \left(1 - \frac{\alpha^2}{6} \frac{M_{Pl}^2}{\phi^2} \right). \quad (1.39)$$

Powyższe dwa przykłady pouczają nas, że wygenerowanie szybkiej ekspansji we wczesnym Wszechświecie jest raczej trywialnym problemem, o ile zgadzamy się na istnienie pól skalarnych ze „skrojonymi” na miarę potencjałami. Takie pola i potencjały występują szeroko w literaturze problemu.

Po drugiej, podczas inflacji mikroskopijny fragment czasoprzestrzeni został powiększony o wiele rzędów wielkości. Zatem pierwotne fluktuacje natury kwantowej obecne w polu skalarnym zostały powiększone do kosmicznych skal i po zakończeniu inflacji „odcisnęły” się w polu gęstości promieniowania i materii. Niemniej dla każdego rozsądnego scenariusza kosmicznej inflacji mody zaburzeń o wielkościach, które obecnie są w skalach kosmologicznych, były pierwotnie (przed inflacją) związane ze skalą sub-plankowską. Zaburzenie, które dziś ma rozmiar λ_0 , pod koniec inflacji miało wielkość

$$\lambda_{koniec} = \lambda_0 \frac{a_{koniec}}{a_0} = \lambda_0 \frac{T_0}{T_{koniec}} \approx \lambda_0 \times 10^{-28}, \quad (1.40)$$

zaś na początku inflacji było związane ze skalą odległości

$$\lambda_{start} = \lambda_{koniec} A^{-1} \approx \lambda_0 \times 10^{-58} (A/10^{30})^{-1}, \quad (1.41)$$

jeżeli tylko cała inflacja zmieniła czynnik skali o $A \simeq 10^{30}$. Zauważmy, że $\lambda_{start} < L_P = 1.616 \cdot 10^{-35} \text{m}$ dla zaburzeń $\lambda_0 < 3 \text{ Mpc}$! Zatem większość struktur w dzisiejszym Wszechświecie odpowiada skalom trans-plankowskim na początku inflacji. Wciąż otwarty jest problem, czy możemy ufać standardowej fizyce na wczesnych etapach inflacji oraz czy efekty związane ze skalami trans-plankowskimi mogą prowadzić do obserwowalnych zjawisk [MARTIN I BRANDENBERGER (2001); KEMPF (2001); ASHOORIOON I IN. (2005); SRIRAMKUMAR I PADMANABHAN (2005); CORLEY I JACOBSON (1996); STAROBINSKY (2001); KOWALSKI-GLIKMAN (2001)].

Na koniec naszego opisu mechanizmu kosmicznej inflacji chcielibyśmy zwrócić uwagę na pewne często w literaturze pojawiające się stwierdzenie. Twierdzi się, że inflacja *przewiduje* widmo mocy pierwotnych fluktuacji o charakterze zmodyfikowanego widma Harrisona-Zeldowicza [HARRISON (1970); ZELDOVICH (1972)]

$$P(k) = A k^{n_s}, \quad (1.42)$$

gdzie k oznacza współporuszającą się liczbę falową zaburzenia, A to amplituda, zaś n_s to parametr nazywany indeksem widmowym. Pierwotnie to twierdzenie dotyczyło widma Harrisona-Zeldowicza (w którym moc fluktuacji nie zależy od skali, zatem $n_s = 1$) jako naturalnej konsekwencji inflacji. To twierdzenie jest, mówiąc delikatnie, co najmniej nieściśle. Bezskalowe widmo nie jest *explicite* przewidziane przez teorię inflacji. By takie widmo wyłoniło się po epoce inflacji, trzeba podjąć kilka dodatkowych założeń odnoszących się do pierwotnych, przedinflacyjnych stanów kwantowych próżni, o których nic *a posteriori* nie wiadomo [PADMANABHAN (2006)]. W zasadzie można udowodnić, że dla danego dowolnego widma postaci (1.42) można znaleźć odpowiednio dobrane stany kwantowe, które takie widmo generują (taka konstrukcja została pokazana *explicite* w [SRIRAMKUMAR I PADMANABHAN (2005)]).

Obecnie obserwacje sugerują (patrz §1.3), że pierwotne widmo zaburzeń poinflacyjnych powinno nieznacznie zależeć od skali z indeksem widmowym niewiele różnym od jedności. Po zakończeniu inflacji ogromna energia inflatonu została zamieniona na promieniowanie na nowo rozgrzewając Wszechświat, jednak zostawiając w nim pierwotne zaburzenia - ziarna przyszłych struktur.

1.2.2 Liniowa teoria zaburzeń

Po inflacji wszystkie fluktuacje potencjału grawitacyjnego i gęstości były bardzo małe. Obserwowane fluktuacje temperatury promieniowania tła są rzędu 10^{-5} [BENNETT I IN. (1994, 1996); KOMATSU I IN. (2010)], podczas gdy obecnie w centrach galaktyk kontrast gęstości sięga $\sim 10^5$, zaś w centrach gromad galaktyk $\sim 10^3$. Proces powstawania struktury rozciąga się zatem na wiele rzędów wielkości narastającego kontrastu gęstości. Część tego procesu możemy opisać za pomocą liniowego rachunku zaburzeń, który jest dobrym opisem ewolucji perturbacji w polu gęstości tak długo, jak amplituda tych zaburzeń jest mała $\Delta\rho/\rho \lesssim 1$. Zaczniemy od napisania trzech podstawowych równań opisujących zaburzenia pola gęstości, równania ciągłości

$$\left(\frac{\partial\rho}{\partial t}\right)_{\vec{r}} + \vec{\nabla}_{\vec{r}} \cdot (\rho\vec{u}) = 0, \quad (1.43)$$

równania Eulera

$$\frac{d\vec{u}}{dt} = \left(\frac{\partial\vec{u}}{\partial t}\right)_{\vec{r}} + (\vec{u} \cdot \vec{\nabla}_{\vec{r}})\vec{u} = -\vec{\nabla}_{\vec{r}}\Phi - \frac{1}{\rho}\vec{\nabla}_{\vec{r}}p, \quad (1.44)$$

oraz równania Poissona

$$\vec{\nabla} \times \Phi = 0, \quad \nabla_{\vec{r}}^2\Phi = 4\pi G\rho. \quad (1.45)$$

Powyżej $u(t)$ oznacza prędkość, zaś Φ to pole potencjału grawitacyjnego. Wprowadzimy teraz małe zaburzenie gęstości

$$\rho(\vec{r}, t) = \rho_0(t)[1 + \delta(\vec{r}, t)], \quad (1.46)$$

gdzie indeks 0 odnosi się do niezaburzonej średniej gęstości tła w chwili t . Materia w bezpośrednim otoczeniu zaburzenia gęstości będzie miała pewne prędkości własne \vec{v} , tj. prędkości nie związane z czystym przepływem Hubble'a. Zatem całkowita prędkość cząstki materialnej będzie

$$\vec{u} = \frac{d(a\vec{r})}{dt} = \dot{a}\vec{r} + \vec{v}(\vec{r}, t), \quad (1.47)$$

gdzie $v = \dot{a}\vec{r}$ oznacza prędkość własną, zaś $\dot{a}\vec{r}$ to prędkość związana ekspansją Wszechświata. Z fluktuacją będzie też związany zaburzony potencjał grawitacyjny ϕ różny od potencjału gładkiego niezaburzonego obszaru

$$\Phi = \Phi_0 + \phi. \quad (1.48)$$

Teraz rozpatrzmy powyższe równania, używając wielkości zaburzonych δ , ϕ , v zamiast wielkości opisujących średnie niezaburzone tło ρ , Φ i u . Na początek przepisujemy człon

związany z ciśnieniem w równaniu Eulera, korzystając z definicji prędkości akustycznej

$$\frac{1}{\rho} \vec{\nabla}_{\vec{r}} p = \frac{1}{a\rho_0(1+\delta)} \frac{\partial p}{\partial \rho} \vec{\nabla}_{\rho_0(1+\delta)} = \frac{1}{a(1+\delta)} c_s^2 \vec{\nabla} \delta, \quad (1.49)$$

gdzie przez c_s oznaczyliśmy prędkość dźwięku. Następnym krokiem w naszej analizie jest zmiana układu współrzędnych z fizycznych \vec{r} na współporuszające się \vec{x} . Dzięki temu w prosty sposób uwzględnimy w równaniach efekty związane z ekspansją przestrzeni. Współrzędne współporuszające i fizyczne łączą związki

$$\vec{x} = \frac{\vec{r}}{a(t)}, \quad \nabla_{\vec{x}} = a \nabla_{\vec{r}}. \quad (1.50)$$

Konwersja pochodnej czasowej dowolnej funkcji f liczonej w punkcie \vec{r} na pochodną czasową tej funkcji w zadanym punkcie \vec{x} wymaga uwzględnienia przepływu Hubble'a

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{\vec{r}} + H \vec{r} \cdot \vec{\nabla}_{\vec{r}} f = \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{\vec{x}}. \quad (1.51)$$

Dla uproszczenia od teraz pominiemy w zapisie index \vec{x} . Po zmianie układu współrzędnych, w jakim rozpatrujemy równania, możemy je uprościć, odejmując równania z wielkościami niezaburzonymi od równań opisujących zaburzenia, co w wyniku daje

$$\frac{\partial \delta}{\partial t} + \frac{1}{a} \vec{\nabla} \cdot [(1+\delta)\vec{v}] = 0, \quad (1.52)$$

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \frac{\dot{a}}{a} \vec{v} + \frac{1}{a} (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v} = -\frac{1}{a} \vec{\nabla} \phi - \frac{1}{a(1+\delta)} c_s^2 \vec{\nabla} \delta, \quad (1.53)$$

$$\nabla^2 \phi = 4\pi G \rho_0 a^2 \delta. \quad (1.54)$$

Teraz zlinearyzujemy równania ciągłości i Eulera, a więc usuniemy wszystkie człony, które są mniejsze niż małe wielkości opisujące zaburzenia δ , ϕ i \vec{v} . Po tej operacji oba wspomniane równania przyjmą postać

$$\frac{\partial \delta}{\partial t} + \frac{1}{a} \nabla \cdot \vec{v} = 0 \quad (1.55)$$

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \frac{\dot{a}}{a} \vec{v} + \frac{1}{a} \nabla \phi + \frac{1}{a} c_s^2 \vec{\nabla} \delta = 0. \quad (1.56)$$

Prędkość własną \vec{v} można wyeliminować z równań, odejmując $1/a$ razy dywergencję drugiego z równań od pierwszego równania zróżniczkowanego po czasie. Podstawiając do wyniku zlinearyzowane równanie Poissona, otrzymamy ostatecznie

$$\ddot{\delta} + 2\frac{\dot{a}}{a}\dot{\delta} - 4\pi G \rho_0 \delta - \frac{c_s^2}{a^2} \nabla^2 \delta = 0, \quad (1.57)$$

gdzie kropki oznaczają różniczkowanie względem czasu kosmicznego. Powyższe równanie opisuje ewolucję czasową perturbacji pola gęstości dla dowolnego modelu Friedmanna przy założeniu, że zaburzenia nie są duże ($\delta \lesssim 1$). Tak długo jak ten warunek jest spełniony, zmieniające się przestrzennie pole δ można rozłożyć na sumę modów Fouriera. Każdy z modów będzie charakteryzować liczbą falową k lub długość fali λ (tak by $k\lambda = 2\pi$), oraz jego amplituda δ_k . Równanie (1.57) można zapisać dla pojedynczego modu Fouriera. Będzie miało ono prostszą postać, bowiem w przestrzeni Fouriera różniczkowanie po współrzędnej przestrzennej jest równoważne mnożeniu przez ik . Zatem jeżeli

$$\delta(\vec{x}) = \sum \delta_k e^{-ik \cdot \vec{x}}, \quad (1.58)$$

to

$$\vec{\nabla} \delta(\vec{x}) = \sum -ik \delta_k e^{-ik \cdot \vec{x}}, \quad \nabla^2 \delta(\vec{x}) = \sum k^2 \delta_k e^{-ik \cdot \vec{x}}. \quad (1.59)$$

Ostatecznie równanie ewolucji dla pojedynczego modu Fouriera przyjmie postać

$$\frac{\partial^2 \delta_k}{\partial t^2} + 2\frac{\dot{a}}{a} \frac{\partial \delta_k}{\partial t} + \left(\frac{c_s^2 k^2}{a^2} - 4\pi G \rho_0 \right) \delta_k = 0. \quad (1.60)$$

Równanie to może mieć dwa różne typy rozwiązań, zależnie od znaku członu jaki znajduje się w nawiasie

- (i) Jeżeli $c_s^2 k^2 / a^2 > 4\pi G \rho_0$ to rozwiązania dla δ_k mają postać sinusoid, a zatem dla dowolnego punktu w czasie i przestrzeni, lokalny kontrast gęstości oscyluje w czasie. Fizyczna interpretacja jest taka, że jeżeli człon $c_s^2 k^2 / a^2$ dominuje to siły związane z ciśnieniem są wystarczająco duże, by efektywnie „opierać” się siłom grawitacji, zaś grawitacja działa jako siła wymuszająca oscylacje.
- (ii) Jeżeli wyrażenie w nawiasie jest ujemne, to rozwiązania opisujące δ_k nie będą oscylatorami lecz funkcjami monotonicznymi w czasie. Te monotoniczne rozwiązania prowadzą do wzrostu lub spadku kontrastu gęstości w czasie. Interpretacja fizyczna prowadzi do wniosku, że tym razem siły grawitacji wygrywają i powodują kolaps zaburzenia gęstości nim ciśnienie zdąży je zniszczyć przez dysypację. Zatem monotoniczny wzrost δ_k może prowadzić dla późniejszych czasów do powstawania związanych struktur.
- (iii) Granicznym przypadkiem rozdzielałym dwa powyższe zachowania jest przypadek, gdy wartość wyrażenia w nawiasie jest równa dokładnie zero. Związana z nią skala zaburzenia jest nazywana skalą Jeansa: $k_J = a/c_s \sqrt{4\pi G \rho_0}$. Odpowiadająca długość Jeansa $\lambda_J = 2\pi/k_J$, zaś masa Jeansa będzie $M_J = \rho_0 \lambda_J^3$.

Uzbrojeni w równanie Friedmanna (1.18) i równanie ewolucji (1.60) możemy przeanalizować wzrost zaburzeń pola gęstości CM dla różnych etapów ewolucji Wszechświata Λ CDM. Ciemną materię uznajemy za płyn bezciśnieniowy, zatem prędkość dźwięku w równaniu ewolucji będzie $c_s^2 = 0$.

1.2.3 Wzrost zaburzeń gęstości podczas epoki dominacji promieniowania

Podczas epoki dominacji promieniowania największy wkład do gęstości energii pochodzi od fotonów, które jako płyn relatywistyczny nie gromadzą się w skupiska. Oznacza to, że ostatni człon równania (1.60) jest równy zero, ponieważ $\delta_{tot} = \delta_{DM} + \delta_{bariony} + \delta_{fotony} \approx \delta_{fotony} \approx 0$. Przypomnijmy, że zależność czynnika skali od czasu podczas tej fazy ewolucji Wszechświata ma postać $a \propto t^{1/2}$, zatem $H = 1/(2t)$. Toteż równanie ewolucji w przestrzeni Fouriera redukuje się do postaci

$$\ddot{\delta}_k + 2H\dot{\delta}_k = \ddot{\delta}_k + \frac{1}{t}\dot{\delta}_k = 0. \quad (1.61)$$

To równanie ma dwa rozwiązania

$$\delta_k \propto A \times \text{const} + B \ln t. \quad (1.62)$$

Zatem zaburzenia gęstości CM rosną w najlepszym przypadku w tempie logarytmicznym co, w żadnym wypadku, nie jest szybkim wzrostem. Zaburzenia gęstości barionów, które na skutek rozpraszania Thompsona są ściśle związane z fotonami, mają postać oscylacji, zatem w ogóle nie rosną z czasem. Widzimy więc, że gdy ewolucją Wszechświata rządzi relatywistyczne promieniowanie, struktura wielkoskalowa pól materii nie rośnie efektywnie.

1.2.4 Wzrost zaburzeń gęstości podczas epoki dominacji materii

Podczas tej fazy w równaniu Friedmanna dominuje człon związany z gęstością materii. Dlatego możemy dla epoki dominacji materii Wszechświat opisany modelem Λ CDM w przybliżeniu traktować jako Wszechświat modelu Einsteina-de Sittera (EdS), dla którego $\Omega_m = 1$. To upraszcza wiele rachunków. Ponieważ $a \propto t^{2/3}$ to dla modelu EdS parametr Hubble'a wynosi $H = 2/(3t)$. Gdy przyjmiemy $\rho_0 = \rho_c = 3H^2/8\pi G$, to równanie ewolucji będzie miało postać

$$\ddot{\delta}_k + \frac{4}{3t}\dot{\delta}_k = \frac{2}{3t^2}\delta_k. \quad (1.63)$$

Całka powyższego równania jest równa

$$\delta_k \propto At^{2/3} + Bt^{-1}, \quad (1.64)$$

gdzie A i B to stałe. Mamy zatem jedno rozwiązanie rosnące w czasie i jedno malejące. Rozwiązanie rosnące w końcu będzie dominować. Zatem zaburzenia gęstości CM podczas epoki dominacji materii rosną proporcjonalnie do czynnika skali $\delta_k \propto a$. Ten wynik ma bardzo ważne implikacje. Po pierwsze, oznacza to, że zaburzenia rosną w rozsądnym, z punktu widzenia powstawania wielkoskalowej struktury, tempie. Po drugie, tempo wzrostu nie zależy od wartości k , zatem wszystkie mody rosną z jednakową szybkością. Oznacza to, że obszar Wszechświata, którego zaburzenie $\delta(\vec{x})$ składa się z sumy modów Fouriera, każdego z własną amplitudą δ_k , również rośnie jak a .

1.2.5 Wzrost zaburzeń gęstości podczas epoki dominacji Λ

Równanie (1.18) upraszcza się do postaci

$$H^2 \approx H_0^2 \Omega_\Lambda, \quad (1.65)$$

zatem $H = \text{constans}$. Wkład Ω_m do równania Friedmanna jest pomijalny, ponieważ Ω_Λ dominuje nad pozostałymi formami energii we Wszechświecie. Implikuje to $\rho_0 \sim 0$, co zastosowane do równania ewolucji przynosi rezultat w postaci

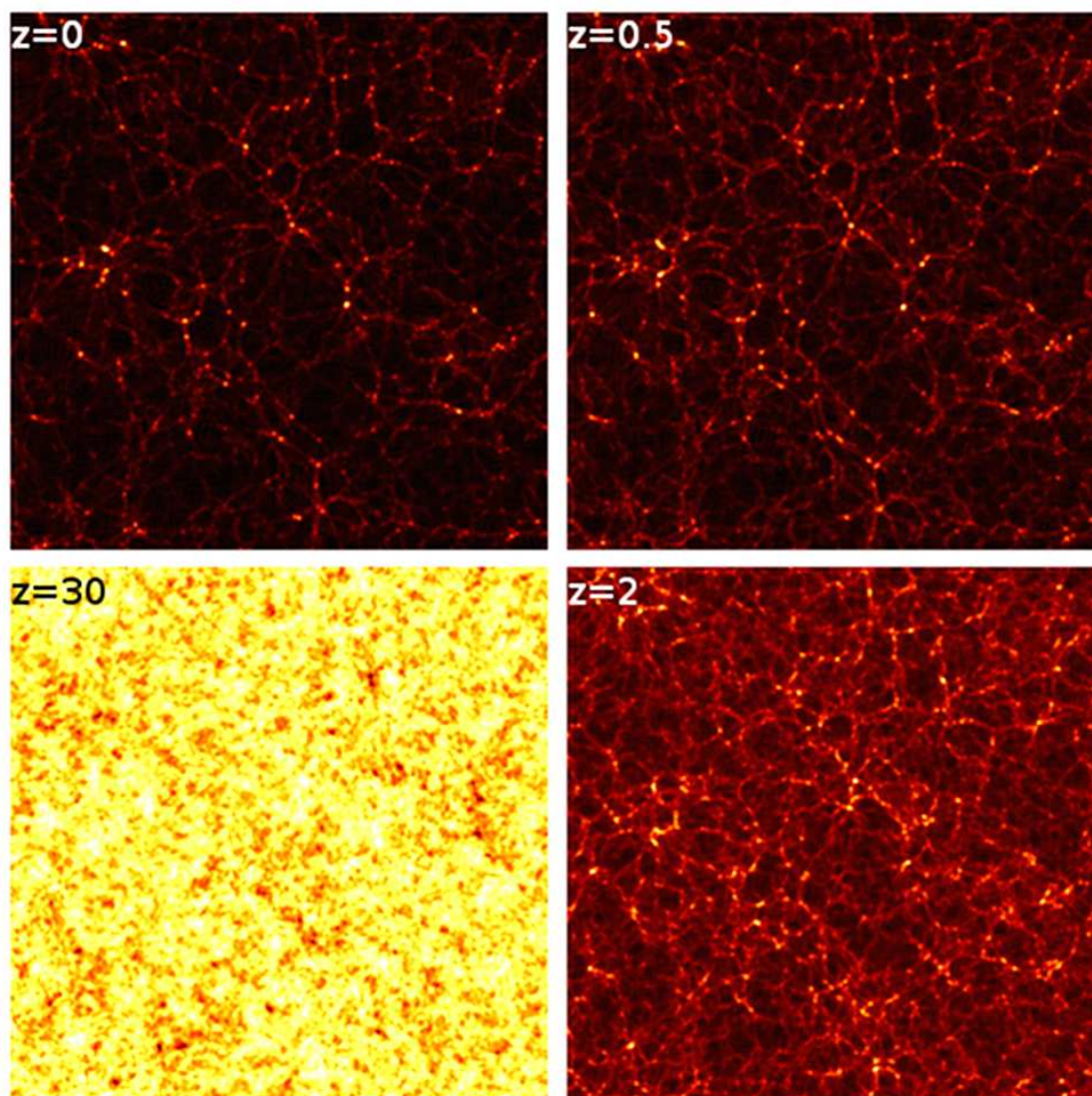
$$\ddot{\delta}_k + 2H\dot{\delta}_k = 0. \quad (1.66)$$

Rozwiązania powyższego równania są postaci

$$\delta_k \propto A \times \text{const} + B e^{-2Ht}. \quad (1.67)$$

Analiza tych rozwiązań prowadzi do wniosku, że gdy tylko Λ zacznie dominować w równaniu Friedmanna kończy się proces powstawania struktury na skalach odległości, gdzie $\delta \lesssim 1$. Dla chwili obecnej ta skala wynosi mniej więcej 20 – 30 Mpc, czyli jest to skala charakterystyczna dla supergromad galaktyk i kosmicznych pustek. Zatrzymanie wzrostu zaburzeń na tych skalach nie oznacza jednak, że struktury dla których kontrast gęstości jest duży $\delta \gg 1$ nie podlegają już ewolucji dynamicznej. Takie obiekty ewoluują dalej do czasu, aż nie osiągną wirializacji.

Przedstawiona analiza procesu powstawania struktury w reżimie liniowym jasno pokazuje, że wielkoskalowa struktura kosmiczna w modelu Λ CDM może efektywnie narastać



Rysunek 1.2: Ewolucja wielkoskalowej struktury w symulacji N-ciałowej modelu Λ CDM. Rysunki przedstawiają pole gęstości CM wyliczone z wycinka pudła symulacyjnego o rozmiarach $360 \times 360 \times 5.6 h^{-1}$ Mpc we współrzędnych współporuszających się. Lewy dolny panel odpowiada warunkom początkowym dla $z = 30$, zaś lewy górny to stan z końca symulacji dla $z = 0$.

tylko wtedy, kiedy gęstość energii związana z materią jest dominującą formą gęstości energii we Wszechświecie. Ma to miejsce dla czynników skali w zakresie $10^{-4} \lesssim a \lesssim 0.7$. Zatem we Wszechświecie Λ CDM, którego całkowity Wiek wynosi około 14 mld lat, wielkoskalowa struktura miała około ~ 10 mld lat kosmicznej ewolucji na efektywny wzrost. Oczy-

wiście na skalach galaktycznych, tj. rzędu kilku Mpc, wciąż mamy do czynienia z dynamicznymi procesami akrecji materii i zderzeń galaktyk. Niemniej struktura związana z tzw. kosmiczną siecią, zbudowana z pustek, włókien i ścian nie doznaje już dramatycznej ewolucji. Ilustruje to rys. 1.2 na którym przedstawiliśmy pole kontrastu gęstości wyliczonego na podstawie dystrybucji cząstek CM w kosmologicznej symulacji w pudle o współporuszającej się długości $360h^{-1}$ Mpc. Pole gęstości na panelach powstało z integracji wycinków o grubości $5, 6h^{-1}$ Mpc. Lewy dolny panel ilustruje warunki początkowe $z = 30$ dla tej symulacji, prawa dolna część rysunku to kontrast gęstości po upływie $\sim 4 \cdot 10^9$ lat. Prawy górny panel obrazuje wielkoskalową strukturę dla $z = 0.5$, zatem dla okresu w którym ewolucją Wszechświata zaczyna rządzić CE. Lewa górna część rysunku uwypukla ostateczny wzór wielkoskalowej struktury dla chwili obecnej $z = 0$. Możemy zauważyć, że struktura kosmicznej sieci (włókna i pustki) nie zmienia się już znacząco pomiędzy chwilami $z = 0$ i $z = 0.5$ co zgadza się z wnioskami z naszej analizy.

1.3 Model Λ CDM a obserwacje astronomiczne

Model Λ CDM przechodzi pozytywnie dużą liczbę rygorystycznych testów obserwacyjnych. Najaktualniejsze dane obserwacyjne interpretowane w ramach płaskiego Wszechświata Friedmanna z niezerową stałą kosmologiczną prowadzą do konsystentnych wartości najważniejszych parametrów kosmologicznych. Do sukcesów standardowego modelu należą zgodne z jego przewidywaniami obserwacje min.:

- widma mocy anizotropii temperatury kosmicznego promieniowania tła; [SPERGEL I IN. (2007); KOMATSU I IN. (2009); DUNKLEY I IN. (2009); KOMATSU I IN. (2010)];
- widma mocy temperatury-polaryzacji PT; [NOLTA I IN. (2009)]
- widma mocy zaburzeń gęstości z obserwacji galaktyk i kwazarów „lasu“ $\text{Ly}\alpha$ (z niewielkim parametrem obciążenia); [COLE I IN. (2005); ABAZAJIAN I I INNI (2009)]
- śladów akustycznych oscylacji barionowych; [PERCIVAL I IN. (2010)]
- wkładu barionów do gęstości całkowitej Ω_b - na podstawie modelu standardowego dla lekkich pierwiastków; [WALKER I IN. (1991); FUKUGITA I IN. (1998)]
- Ω_m wyznaczonego na podstawie analizy dynamiki ruchów galaktyk, obrazów soczewkowania grawitacyjnego i stosunku masy barionów do CM w gromadach galaktyk;

[JUSZKIEWICZ I IN. (2000); FELDMAN I IN. (2003); BROADHURST I IN. (2005A); FU I IN. (2008); LIN I IN. (2003B); ALLEN I IN. (2004)]

- relacji poczerwienienie - magnituda ($z - m$) dla supernowych typu Ia; [KOWALSKI I IN. (2008); FREEDMAN I IN. (2001)]
- skal czasowych (wiek kosmologiczny i wiek najstarszych gromad kulistych); [THOMPSON I IN. (2001)]
- funkcji mas gromad galaktyk; [REIPRICH I BÖHRINGER (2002); BAHCALL I IN. (2003)]
- całkowego efektu Sachs-Wolfe'a. [HO I IN. (2008)]

Tablica 1.1: Aktualne oszacowania podstawowych parametrów modelu Λ CDM

Parametr	Zbiór danych			
modelu	WMAP7 ^a	WMAP7+BAO+H ₀ ^b	BAO+H ₀ ^c	$k \neq 0$ ^d
$H_0[\frac{\text{km}}{\text{s}\cdot\text{Mpc}}]$	71,4	$70,4^{+1,3}_{-1,4}$	$68,1^{+2,2}_{-2,1}$	$68,6 \pm 2,2$
σ_8	0,803	$0,809 \pm 0,024$	-	-
Ω_b	0,0445	$0,0456 \pm 0,0016$	-	-
Ω_{CM}	0,217	$0,227 \pm 0,014$	-	-
$\Omega_m h^2$	0,1334	$0,1349 \pm 0,0036$	$0,1335 \pm 0,0083$	$0,1346 \pm 0,0084$
Ω_Λ	0,738	$0,728^{+0,015}_{-0,016}$	$0,712 \pm 0,018$	$0,811^{+0,084}_{-0,085}$
$t_0[\text{mld lat}]$	13,71	$13,75 \pm 0,11$	$14,02^{+0,32}_{-0,32}$	$14,43 \pm 0,48$
n_s	0,969	$0,963 \pm 0,012$	-	-
w	-	$-1,10 \pm 0,14$	$-0,97 \pm 0,11$	$-1,0 \pm 0,10$
Ω_k	-	-	-	$-0,097 \pm 0,081$

^anajlepiej dopasowane wartości dla wyników 7 lat integracji danych z sondy WMAP (z ang. *Wilkinson Microwave Anisotropy Probe*) [KOMATSU I IN. (2010)]

^b7-letnie wyniki WMAP analizowane łącznie z obserwacjami akustycznych oscylacji barionowych (BAO) w dystrybucji galaktyk [PERCIVAL I IN. (2010)] oraz pomiarów wartości stałej Hubble'a H_0 [RIESS I IN. (2009)]

^cWyniki o najlepszej dobroci fitu dla danych z obserwacji BAO i supernowych Ia [PERCIVAL I IN. (2010)]

^dWartości dla danych z kolumny obok lecz po zdjęciu wiązu $\Omega_k = 0$

W tab. 1.1 zebraliśmy aktualne dokładne oszacowania podstawowych parametrów kosmologicznych dokonane na podstawie różnych obserwacji astronomicznych. Wartości z

pierwszych trzech kolumn dotyczą analizy w której *a priori* założona została zerowa globalna krzywizna czasoprzestrzeni $\Omega_k = 0$, wyniki w czwartej kolumnie odpowiadają analizie bez tego założenia. Znaczenie poszczególnych parametrów jest następujące: H_0 - aktualna wartość parametru Hubble’a w km/s/Mpc, σ_8 - dyspersja zaburzeń gęstości w sferze o współporuszającym się promieniu $8h^{-1}$ Mpc, Ω_b - bezwymiarowa gęstość materii bariowej, Ω_{CM} - bezwymiarowa gęstość ciemnej materii, $\Omega_m h^2$ - całkowita bezwymiarowa gęstość materii grawitującej obciążona niepewnością wyznaczenia H_0 , $\Omega_\Lambda = 1 - (\Omega_k + \Omega_m)$ - gęstość ciemnej energii (stałej kosmologicznej) przy założeniu $\Omega = 1$, t_0 - obecny wiek Wszechświata w miliardach lat, n_s - indeks widmowy pierwotnego widma mocy, w - parametr równania stanu dla ciemnej energii, Ω_k - gęstość energii związana z globalną krzywizną. Wartości zebrane w tab. 1.1 pokazują dobitnie tzw. konwergencję wartości parametrów modelu Λ CDM. Wyznaczenia parametrów oparte o różne metody obserwacyjne i procesy fizyczne dają bardzo zbliżone wartości. Niemniej trzeba zauważyć, że analiza przytoczonych obserwacji odbywa się w ramach założonego modelu Λ CDM. Nieuchronnie prowadzi to do przyjęcia przyspieszonej ekspansji Wszechświata powodowanej przez energię niezerowej stałej kosmologicznej lub dynamicznie ją „mimikującej” ciemnej energii. Warto zaznaczyć, że w literaturze pojawiają się prace, które krytykują przyjęty paradygmat - zasadę kopernikańską. W pracach tych wywodzi się, że pojawiająca się niezerowa Λ może być wynikiem przyjętego założenia o globalnej jednorodności i izotropii i można skonstruować niejednorodne modele oparte o OTW w ramach których przyspieszona ekspansja może być wynikiem globalnej niejednorodności a nie ciemnej energii [BOLEJKO I WYTHE (2009); BOLEJKO I ANDERSSON (2008); BOLEJKO (2007); ALNES I IN. (2006); IGUCHI I IN. (2002)]. Niemniej takie niejednorodne modele, by wyjaśnić część obserwacji astronomicznych, wymagają poczynienia specjalnych założeń. Polegają one na umiejscowieniu Lokalnej Grupy Galaktyk bardzo blisko środka gigantycznej pustki o rozmiarach zbliżonych do promienia Hubble’a ($cH^{-1} \sim 3\text{Gpc}$) i położeniu konkretnego profilu gęstości takiej pustki. Kolejnym problemem tego podejścia jest oparcie tylko w obserwacjach odległych supernowych oraz PT. W niniejszej rozprawie będziemy opierać się zatem o SMK opisany parametrami zebranymi w tab. 1.1.

Pełna lista obserwacji zgodnych z modelem Λ CDM jest naprawdę imponująca. By podsumować obecny status i ugruntowanie SMK oddamy na chwilę głos profesorowi Jimowi Peeblesowi z Uniwersytetu w Princeton, gdyż autor niniejszej rozprawy zgadza się w całej rozciągłości z poniższymi słowami: „*Mimo tych niezaprzeczalnych sukcesów modelu standardowego warto podkreślić, że wyciągamy bardzo wiele różnych wniosków z wciąż ograni-*

czonego zbioru dowodów obserwacyjnych. Musimy pamiętać, że Natura może mieć dla nas jeszcze wiele niespodzianek w zanadru. (...) Kosmologia oparta na standardowym, relatywistycznym gorącym Wielkim Wybuchu i modelu Λ CDM zapewne jest bardzo przydatnym przybliżeniem tego co rzeczywiście się wydarzyło kiedy to Wszechświat rozszerzył się i oziębził poczynając od poczerwienienia z $\sim 10^{10}$ do chwili obecnej. Pytanie czy model Λ CDM zawiera całą fizykę istotną dla pozagalaktycznej astronomii obserwacyjnej, czy jest tylko najprostszym przybliżeniem Przyrody jakie możemy skonstruować w oparciu o dostępne obserwacje, jest wciąż otwarte. Całkiem rozsądne wydaje się zakładanie, że Λ CDM zawiera całą istotną fizykę, dopóki obserwacje nie zmuszą nas do poprawy modelu. Lecz rozsądne jest również zwracanie szczególnej uwagi na pojawiające się w ramach SMK anomalie, rozważanie testów mogących odróżnić pozorne problemy od prawdziwych i ostatecznie zbadanie do jakich wniosków te anomalie, o ile rzeczywiste, mogą nas doprowadzić.”⁶

1.4 Trudności modelu standardowego

W niniejszej rozprawie główną uwagę poświęcimy pewnym modyfikacjom SMK, które w zamierzeniu mają być lekarstwem na szereg problemów trapiących model Λ CDM na galaktycznych skalach odległości. Przyjrzyjmy się zatem uważniej tym trudnościom SMK, które doprowadziły do zaproponowania poprawek.

1.4.1 Galaktyki karłowate

Problemy modelu Λ CDM związane z galaktykami karłowatymi o masach mniejszych niż $M < 10^9 M_{\odot}$ są dwojakiego rodzaju. Oba problemy można by nazwać problemami obfitości. Po pierwsze symulacje N-ciałowe przeprowadzane w ramach SMK sugerują istnienie zbyt wielu galaktyk satelitarnych w halach dużych galaktyk w porównaniu do obserwacji Lokalnej Grupy Galaktyk [KLYPIN I IN. (1999); MOORE (2001); MADAU I IN. (2008); SIMON I GEHA (2007); STRIGARI I IN. (2007)]. Podstawowa linia argumentów prowadząca do wyjaśnienia tej niezgodności wiedzie przez fizykę plazmy i wiatrów galaktycznych. Ciśnienie plazmy oraz wiatry galaktyczne związane z supermasywnymi czarnymi dziurami w ich wnętrzach mogą prowadzić do poważnego zubożenia zawartości barionów w halach galaktyk satelitarnych. Hala małowasywnych satelitów pozbawione większości gazu nie mogą efektywnie tworzyć gwiazd i stają się w zasadzie nieobserwowalne [BULLOCK I IN. (2000); BENSON I IN. (2002);

⁶P.J.E. Peebles na seminarium „The Dark Sector of Cosmology: Successes and Challenges”, Uniwersytet Kalifornijski w Berkeley, październik 2006. Tłumaczenie własne.

SOMERVILLE (2002); KRAVTSOV I IN. (2004A)]. Istnieją również modele proponujące rozwiązanie tego problemu przez odpowiednie dopasowanie funkcji jasności mało masywnych hal [TOLLERUD I IN. (2008)]. O ile jasne wydaje się, że nie we wszystkich satelitarnych halach CM mogły powstać świecące galaktyki karłowate, o tyle pytanie czy procesy fizyczne związane z materią barionową są w stanie całkowicie wyjaśnić problem brakujących galaktyk satelitarnych jest wciąż otwarte.

Drugi problem związany z galaktykami karłowatymi również dotyczy symulacji N-ciałowych w ramach modelu Λ CDM. W tychże symulacjach pojawia się zbyt wiele, w porównaniu do obserwacji, hal CM o masach galaktyk karłowatych w rejonach pustek kosmicznych [PEEBLES (2007); TIKHONOV I KLYPIN (2009); PEEBLES I NUSSE (2010)]. Najlepiej widać to na przykładzie pobliskiej Lokalnej Pustki. Zawiera ona tylko trzy znane galaktyki. Proste oszacowanie na podstawie ilości galaktyk obserwowanych w innych rejonach nieba przewiduje zaś, że w Lokalnej Pustce powinno znajdować się od 15 do 30 galaktyk o jasnościach $-18 \lesssim M_B \lesssim -10$ [KARACHENTSEV I IN. (2004); MEYER I IN. (2004)]. W literaturze istnieją próby rozwiązania tego problemu oparte na specjalnym wyborze relacji łączącej masę hala CM z jasnością galaktyk w nim się znajdujących [TINKER I CONROY (2009)]. Niemniej wytłumaczenia fenomenu galaktyk w pustkach nie są powszechnie przyjęte jako zadowalające i cały problem jest obecnie przedmiotem toczącej się w środowisku kosmologów dyskusji [PEEBLES (2001); GOTTLÖBER I IN. (2003); GOLDBERG I VOGLEY (2004); HOEFT I IN. (2006)].

1.4.2 Parametr koncentracji c hal gromad galaktyk

Model Λ CDM w ogólności poprawnie przewiduje profile gęstości gromad galaktyk [NAVVARO I IN. (1997)]. Jednak dokładne porównanie wyników symulacji z obserwacjami prowadzi do wniosku, że statystycznie profile gromad w Λ CDM mają niższe parametry koncentracji c w porównaniu z obserwacjami. Zatem numeryczne profile gęstości są "płytsze" niż profile rzeczywistych gromad uzyskane z obserwacji silnego i słabego soczewkowania grawitacyjnego [BROADHURST I IN. (2005B); UMETSU I BROADHURST (2008); BROADHURST I IN. (2008)] oraz z obserwacji emisji promieni Roentgena [LEMZE I IN. (2008)].

1.4.3 Galaktyki spiralne z dominującym dyskiem

Badania numerycznych eksperymentów N-ciałowych uwzględniających prawa hydrodynamiki dla barionów prowadzą do wniosku, że w modelu Λ CDM powstaje za mało galaktyk zdominowanych przez dyski [STEWART I IN. (2008A); MAYER I IN. (2008)]. Ten efekt

pojawia się jako naturalna konsekwencja intensywnej akrecji ekstragalaktycznej materii i częstych połączeń pomiędzy halami o masach $10^{11}M_{\odot} \leq M \leq 10^{13}M_{\odot}$ trwającej aż do późnych poczerwienień. Późne wciąż intensywne powstawanie struktury na sub-galaktycznych skalach powoduje, że cienkie gazowe dyski powstałe wcześniej w galaktykach, na skutek nieustannego „bombardowania“ przez mniejsze hala zmieniają się w centralne zgrubienia na skutek grawitacyjnego grzania [WEINMANN I IN. (2006); WYSE (2001); KORMENDY I FISHER (2005); WRIGHT I IN. (2009)]. Burzliwość akrecji dla późnych redshiftów przewidziana przez SMK jest również trudna do pogodzenia z obserwowaną niewrażliwością na galaktyczne otoczenie korelacji pomiędzy jasnością, promieniem, dyspersją prędkości i kolorem galaktyk wczesnych i późnych typów [HOGG I IN. (2004); BERNARDI I IN. (2006); DISNEY I IN. (2008); ABRAHAM I IN. (2003)].

1.4.4 Wczesna powtórna jonizacja

Obserwacje obiektów o wysokim parametrze przesunięcia ku czerwieni, takich jak kwazary [WILLOTT I IN. (2010)] i galaktyki [OUCHI I IN. (2009)], implikują, że epoka ponownej jonizacji Wszechświata zakończyła się około $z \sim 6$. Z drugiej jednak strony, obserwacje polaryzacji PT [BENSON I IN. (2006A); KOGUT I IN. (2003A)] sugerują, iż Wszechświat był już zjonizowany dla $z \sim 11$, a może nawet wcześniej. Wszelako powstawanie galaktyk w ramach modelu Λ CDM z umiarkowaną wartością parametru normalizacji widma mocy pierwotnych fluktuacji gęstości $\sigma_8 = 0.8$ (wartości faworyzowanej przez najnowsze wyniki obserwacji sondy WMAP [KOMATSU I IN. (2010)]) nie następuje wystarczająco wcześnie, by wyjaśnić jonizację ośrodka międzygalaktycznego dla tak wysokich poczerwienień. Co więcej, oszałamiający zbiór najnowszych obserwacji bardzo-słabych odległych obiektów [BOUWENS I IN. (2010, 2009)], jak również postęp w zrozumieniu procesów astrofizycznych w młodym gęstym Wszechświecie [GONZÁLEZ I IN. (2010A,B); HAIMAN (2004); VOLONTERI I IN. (2003)] dobitnie podkreśla fakt, że już młody Wszechświat był ruchliwym miejscem o bogatych strukturach materii.

1.4.5 Zawartość materii barionowej w gromadach

Grupy galaktyk, w których temperatura wiralna jest na tyle wysoka, że powinniśmy oczekiwać detekcji promieni X emitowanych przez zgromadzoną tam plazmę, zawierają znacząco mniej barionów w porównaniu do kosmologicznego tła [AFSHORDI I IN. (2007); HOEKSTRA I IN. (2005); MCGAUGH (2008); MCGAUGH I IN. (2010)]. Może być to oznaką ten-

dencji do pewnej segregacji części materii ciemnej od materii barionowej; taki efekt nie jest w ogólności oczekiwany w standardowym modelu ciemnej materii.

1.4.6 Masywne supergromady na redshiftach $z \sim 1$

Obserwuje się masywne super gromady galaktyk w znacznych odległościach $z \sim 1$ [YAMILA YARYURA I IN. (2010); COLLESS I IN. (2003); SWINBANK I IN. (2007)]. Odnalezienie tak rozległych i masywnych zaburzeń gęstości w stosunkowo młodym jeszcze Wszechświecie jest co najmniej zastanawiające. W ramach SMK takie obiekty musiałyby powstać z ekstremalnie rzadkich pierwotnych dużych zaburzeń pola gęstości. Przywołane obserwacje sugerują jednak, że w rzeczywistym Wszechświecie stare supergromady galaktyk nie są aż tak rzadkimi obiektami.

1.4.7 Złamanie hierarchiczności powstawania struktur

Najnowsze obserwacje odległego Wszechświata wskazują, że znacząca część masy gwiazdowej jasnych galaktyk była już w nich obecna dla $z > 1$ [BOWER I IN. (2006); FONTANOT I IN. (2009); COWIE I IN. (2003)]. Te obserwacje implikują tzw. problem „redukcji” (z ang. *downsizing*) dla modelu powstawania galaktyk. Jest tak ponieważ masywne hala powstają na późnych etapach kosmicznej ewolucji, co jest oznaką hierarchicznego charakteru powstawania kosmicznych struktur - immanentną częścią kosmologii z klasyczną zimną ciemną materią.

Wszystkich opisanych powyżej trudności SMK nie nazwalibyśmy „kryzysem modelu powstawania galaktyk”. Niemniej konstytuują one zastanawiające i poważne napięcia pomiędzy obrazem sugerowanym przez obserwacje astronomiczne a tym jaki wyłania się z przewidywań modelu Λ CDM.

1.5 CM i oddziaływania skalarne - model ReBEL

Kilka lat temu w literaturze pojawiła się propozycja modyfikacji standardowego modelu zimnej ciemnej materii, która potencjalnie może pomóc złagodzić wspomniane wcześniej napięcia pomiędzy obserwacjami a przewidywaniami Λ CDM. Zaproponowane modyfikacje obecnie nazywane są modelem **ReBEL** od angielskich słów *daRk Breaking Equivalence principle* - czyli ciemnym łamaniem zasady równoważności (uniwersalności swobodnego spadku). Model ReBEL ugruntował się na bazie kilku prac [GUBSER I PEEBLES (2004B,A);

FARRAR I PEEBLES (2004); FARRAR I ROSEN (2007)]. Wprowadza on dodatkowe oddziaływanie pomiędzy cząstkami CM tzw. „piątą siłę“, która nie przenosi się bezpośrednio na widzialną materię i ma skończony zasięg. Podstawowe badania tego modelu w ramach symulacji N-ciałowych [NUSSEER I IN. (2005); HELLWING I JUSZKIEWICZ (2009); HELLWING (2010); KESELMAN I IN. (2010); HELLWING I IN. (2010); CEN (2006A)] oraz modelu pokrewnego (zawierającego sprzężone pole skalarne CE z CM) [BALDI I IN. (2010); BALDI (2009)] pokazały, że ReBEL potrafi wyjaśnić obserwowane własności wielkoskalowej struktury Wszechświata (takie jak jednowymiarowe widmo mocy galaktyk „lasu” Lyman- α oraz widmo mocy galaktyk z przeglądu SDSS⁷) równie udanie jak model Λ CDM. Równocześnie pokazano, że rozważany model dodaje potencjalnie pożądane i interesujące własności do procesu powstawania struktur na galaktycznych skalach odległości.

1.5.1 Podstawy teoretyczne

Rozważmy sytuację, w której istnieje daleko-zasięgowa siła, inna niż grawitacja, działająca tylko na ciemną materię. Taka siła może być przenoszona za pomocą oddziaływania cząstek CM z pewnym polem skalarnym ϕ . Elementarna całka działania dla takiej ciemnej materii ma postać

$$\mathcal{S} = - \int |\phi| ds, \quad \text{lub} \quad (1.68)$$

$$\mathcal{S} = \int \sqrt{-g} d^4x (i\bar{\psi}\gamma\partial\psi - \phi\bar{\psi}\psi). \quad (1.69)$$

Idea daleko-zasięgowych oddziaływań polegających na wymianie bezmasowych cząstek skalarnych ma długą historię. Nordström wyprowadził klasyczną postać (1.68) już w 1913 roku [NORDSTRÖM (1913)]. To działanie jest równoważne do (1.69) (postać wprowadzona przez Yukawę [YUKAWA (1935)]), jeżeli odpowiednie długości de Broglie [DE BROGLIE (1923)] są małe.

W ramach kwantowej teorii pola (KTP) znajdziemy istotne argumenty świadczące o tym, że dowolne pole skalarne raczej nie może uniknąć umasowienia, uzyskując dużą masę ($\gg H_0$), co bezpośrednio niwelowałoby jakąkolwiek przydatność takiego modelu dla kosmologii. Jak jednak wskażemy później, istnieją prace sugerujące możliwość utrzymania małej masy pola skalarnego w ramach teorii superstrun.

W początkach drugiej połowy XX wieku Pascual Jordan i Robert Dicke przedstawili kilka prac eksplorujących fizykę grawitacji skalarno-tensorowej z powyższym działaniem zdefiniowanym dla cząstek w układzie Einsteina [DICKE (1968, 1962); JORDAN (1959)].

⁷Sloan Digital Sky Survey - <http://www.sdss.org/>

Damour i in. [DAMOUR I IN. (1990)] zauważyli w 1990 roku, że ciasne ograniczenia empiryczne istniejące obecnie dla daleko-zasięgowych oddziaływań skalarnych pomiędzy baryonami dopuszczają istnienie takich oddziaływań o znaczącej sile w ciemnym sektorze.

Współczesne rozważania dotyczące powyższej linii rozumowania występują dosyć szeroko w literaturze tematu [GRADWOHL I FRIEMAN (1992); FRIEMAN I GRADWOHL (1991); CASAS I IN. (1992); DAMOUR I POLYAKOV (1994); WETTERICH (1995); ANDERSON I CARROLL (1998); BEAN (2001); AMENDOLA (2000); AMENDOLA I TOCCHINI-VALENTINI (2002); FRANÇA I ROSENFELD (2002); DAMOUR I IN. (2002); COMELLI I IN. (2003); AMENDOLA I IN. (2004)].

Skupimy się tutaj na modelu opisanym w pracach Gubsera i Peeblesa [GUBSER I PEEBLES (2004A,B)]. Rozważamy istnienie co najmniej dwóch różnych gatunków cząstek ciemnej materii oddziałujących poza grawitacją za pomocą pola skalarnego. Dodatkowe oddziaływanie jest dynamicznie ekranowane przez obecność lekkich cząstek sprzęgniętych członem Yukawy do pola skalarnego. Ogólny lagrangian takiej CM ma postać

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \frac{1}{2}(\partial\phi)^2 + \bar{\Psi}_s i \not{\nabla} \Psi_s + \bar{\Psi}_+ i \not{\nabla} \Psi_+ \\ & + \bar{\Psi}_- i \not{\nabla} \Psi_- - y_s \phi \bar{\Psi}_s \Psi_s - (m_+ + y_+ \phi) \bar{\Psi}_+ \Psi_- - (m_- - y_- \phi) \bar{\Psi}_- \Psi_-, \end{aligned} \quad (1.70)$$

gdzie $\not{\nabla}$ oznacza operator nabla w notacji ukośnej kreski Feynmana

$$\not{A} \equiv \gamma^\mu A_\mu. \quad (1.71)$$

Powyżej γ^μ to macierze gamma Diraca a zapis używa konwencji sumacyjnej Einsteina. Stałe m_\pm oraz y_\pm są dodatnie. Fermiony Ψ_\pm są nierelatywistyczną ciemną materią, zaś dodatkowy gatunek lekkich cząstek Ψ_s to cząstki ekranujące.

Działanie dla dwóch gatunków CM będzie miało postać

$$S = \int \sqrt{-g} d^4x \phi_{,i} \phi^{,i} / 2 - \sum_{\text{cząstki}} \int [m_+(\phi) ds_+ + m_-(\phi) ds_-], \quad (1.72)$$

gdzie indeks $,i$ oznacza pochodną cząstkową. Cząstki CM będą niosły efektywne ładunki skalarnie Q :

$$Q_+ \equiv \frac{dm_+}{d\phi} < 0, \quad Q_- \equiv \frac{dm_-}{d\phi} > 0, \quad \frac{d^2 m_\pm}{d^2 \phi} \geq 0, \quad (1.73)$$

które w ogólności są zachowane dla nierelatywistycznych prędkości⁸. Pole ϕ będzie podlegało relaksacji do kwazistatycznej równowagi, niosąc większą wartość w obszarach gdzie

⁸W przypadku oddziaływań z energiami relatywistycznymi ładunki skalarnie nie podlegają prawom zachowania. Dodatkowo ładunek skalarny CM, która wpadła do czarnej dziury jest stracony.

cząstki (+) przeważają i mniejszą wartość w skupiskach cząstek (-). Zatem cząstka z ładunkiem (+) będzie ciągnięta do obszarów o dużych wartościach ϕ , by zredukować swoją energię $m_+(\phi)$, adekwatnie cząstka (-) będzie poruszać się w przeciwnym kierunku, by zmniejszyć swoją energię. Takie zachowanie implikuje, że cząstki tego samego gatunku się przyciągają, zaś cząstki odmiennych typów będą się odpychać.

Założmy dalej, że mamy dwa gatunki cząstek ciemnej materii, które spełniają

$$m_{CM} = m - y\phi, \quad m_s = y_s\phi, \quad \text{oraz } y\bar{n} < y_s\bar{n}_s \quad (1.74)$$

gdzie m_{CM} to masa ciężkich cząstek (efektywnie masa cząstki CM), m_s oznacza masę cząstek ekranujących, zaś \bar{n} i \bar{n}_s to odpowiadające im gęstości liczbowe. Pole skalarne ϕ zrełaksowało się do kwazistatycznej równowagi, dla której $m_s \sim 0$. Cząstki ekranujące są zatem relatywistyczne i generują pewien potencjał

$$V_s = \sum_{\text{cząstki}} \int y_s \phi ds \simeq \int d^4r y_s \phi n_s \langle \sqrt{1-v^2} \rangle. \quad (1.75)$$

Będzie również

$$\frac{\delta V_s}{\delta \phi} = y_s n_s \langle \sqrt{1-v^2} \rangle \simeq \frac{y_s^2 \bar{n}_s}{\varepsilon_s} \phi, \quad \text{gdzie: } \varepsilon_s = \frac{y_s \phi}{\sqrt{1-v^2}}. \quad (1.76)$$

Powyżej ε_s oznacza średnią energię cząstki ekranującej, zaś $\langle \sqrt{1-v^2} \rangle$ wyraża średnią prędkość cząstek ekranujących (gdy $c = 1$). Równanie pola skalarnego przyjmie postać

$$\nabla^2 \phi = \frac{\phi y_s^2 \bar{n}_s}{\varepsilon_s} - y n(\mathbf{r}, t). \quad (1.77)$$

Definiując człon efektywnie tłumiący pole skalarne ϕ

$$r_s = \sqrt{\frac{\varepsilon_s}{y_s^2 \bar{n}_s}} \quad [\text{Mpc}], \quad (1.78)$$

który nazwiemy **długością ekranowania**⁹, możemy zapisać równanie pola skalarnego w postaci

$$\nabla^2 \phi = \frac{\phi}{r_s^2} - y n(\mathbf{r}, t). \quad (1.79)$$

Tutaj ostatni człon opisuje nierelatywistyczne cząstki w przybliżeniu hydrodynamicznym. Człon ϕ/r_s^2 wynika z tego, że człon źródłowy pola ϕ dla cząstki z prędkością v zawiera czynnik $ds/dt = \sqrt{1-v^2}$, zaś dla kwazistatycznych konfiguracji pola ϕ energia cząstek

⁹Wielkość ta jest tożsama z długością odcięcia w potencjale typu Yukawy.

ekranujących ε_s (patrz równanie (1.76)) jest niemalże niezależna od położenia. Eliminacja czynnika $\sqrt{1-v^2}$ z ε_s prowadzi do wzoru na długość ekranowania (1.78). Energia ε_s nie zależy od czasu (nie zmienia się), zatem skaluje się ona na skutek ekspansji Wszechświata jak $\varepsilon_s \propto a(t)^{-1}$. Jeżeli zauważymy jeszcze, że $n_s \sim a(t)^{-3}$, to dojdziemy do wniosku, iż długość ekranowania będzie rosłać jak $r_s \sim a(t)$, zatem odległość ta będzie stała we współrzędnych współporuszających się.

Pole skalarne wytworzone przez pojedynczą cząstkę CM będzie miało wartość $\phi = y/4\pi r$ w odległości $r \ll r_s$. Siła jaką takie pole wywrze na inną cząstkę CM będzie równa ujemnemu gradientowi masy $m - y\phi$. Zatem

$$\mathbf{F}_s = y\nabla\phi, \quad (1.80)$$

toteż wynika stąd jasno, że cząstki CM będą przyciągane oddziaływaniem skalarnym

$$F = \frac{y^2}{4\pi r^2} \quad \text{dla } r \ll r_s. \quad (1.81)$$

Ponieważ dwie cząstki CM oddziałują również grawitacyjnie możemy zdefiniować parametr, który będzie wyrażał stosunek siły skalarnej do grawitacyjnej dla CM

$$\beta = \frac{y^2}{4\pi Gm^2}. \quad (1.82)$$

Kładąc $\beta \sim O(1)$ będziemy mieli oddziaływania skalarne, których siły dla $r \ll r_s$ będą porównywalne z siłami grawitacji, zaś dla odległości znacznie większych od długości ekranowania oddziaływania skalarne będą zanikały. Toteż całkowita siła pomiędzy dwoma cząstkami CM będzie dla dwóch szczególnych przypadków równa

$$F_{CM} = (1 + \beta)F_N \quad \text{dla } r \ll r_s, \quad (1.83)$$

$$F_{CM} = F_N \quad \text{dla } r \gg r_s. \quad (1.84)$$

Mamy zatem do czynienia z modelem zimnej ciemnej materii oddziałującej dodatkowo za pomocą pola skalarnego. Model ten wprowadza dwa wolne parametry β i r_s , które w zasadzie (w sensie fenomenologicznym) wystarczają do jego pełnego opisu.

1.5.2 Model fenomenologiczny

Podążając za pracami [Nusser i in. (2005); Hellwing i Juszkiewicz (2009)] w niniejszej rozprawie będziemy badać model ReBEL, używając jego fenomenologicznej parametryzacji. Zgodnie z opisem teoretycznym (§1.5.1) całkowita siła pomiędzy dwiema cząstkami

CM o masie m pojawia się na skutek istnienia pomiędzy nimi potencjału postaci

$$\Phi(\mathbf{r}) = -\frac{Gm}{r}h(r) = \Phi_N h(r), \quad (1.85)$$

gdzie

$$h(r) = 1 + \beta e^{-r/r_s}. \quad (1.86)$$

Tutaj G to stała grawitacji newtona, \mathbf{r} oznaczają wektor separacji cząstek; t to kosmiczny czas zaś Φ_N to potencjał newtonowski. Jak przedstawiono we wcześniejszym paragrafie, parametry modelu to: β - bezwymiarowy czynnik określający siłę oddziaływania skalarnego względem oddziaływania grawitacyjnego i r_s - odległość ekranująca wyrażona w Mpc i mierząca efektywny zasięg dodatkowego oddziaływania. Rozważania na polu teorii strun i supersymetrii przedstawione w [GUBSER I PEEBLES (2004B,A); NUSSEER I IN. (2005)] podają oszacowania rządów wielkości tych parametrów na

$$\beta \sim O(1), \quad r_s \sim 1\text{Mpc}. \quad (1.87)$$

Potencjał (1.85) prowadzi do zmodyfikowanego prawa oddziaływania pomiędzy cząstkami CM

$$F_{CM} = -G\frac{m^2}{r^2} \left[1 + \beta \left(1 + \frac{r}{r_s} \right) e^{-\frac{r}{r_s}} \right] = F_N \cdot F_s(\beta, \gamma), \quad (1.88)$$

$$\text{gdzie: } \gamma \equiv \frac{r}{r_s}, \quad F_s(\beta, \gamma) = 1 + \beta(1 + \gamma)e^{-\gamma}. \quad (1.89)$$

Tutaj człon F_s określa odstępstwa sił międzycząstkowej od zwyczajnej grawitacji zaś F_N to siła newtonowska. Dla $\beta = 0$ lub $\gamma \gg 1$ mamy $F_s \rightarrow 1$, zatem $F_{CM} \rightarrow F_N$ i odtwarzamy standardowe prawo oddziaływania Newtona.

1.5.3 Powstawanie kosmicznych struktur w modelu ReBEL

Uzbrojeni w fenomenologiczny opis modelu ReBEL (równania (1.85) i (1.88)) możemy powrócić na chwilę do liniowej teorii zaburzeń i sprawdzić, jak zmienione prawo oddziaływania wpłynie na proces powstawania struktur w reżimie $\delta \lesssim 1$. Ponieważ rozważany model zmienia dynamikę CM tylko na małych (w porównaniu z horyzontem Hubble'a) skalach, nie wpływa on ewolucję czynnika skali opisaną równaniami Friedmanna. Toteż liniowy rachunek zaburzeń w modelu ReBEL da wyniki takie same jak model Λ CDM dla epok dominacji promieniowania i dominacji Λ . Spodziewamy się, że różnice będą zauważalne w przypadku epoki dominacji materii. Wracając do rachunków przedstawionych w § 1.2.4, zauważmy,

że zmianie ulegnie równanie Poissona. Po uwzględnieniu równania (1.85) zmodyfikowane równanie Poissona postaci (1.45) będzie

$$\vec{\nabla} \times \Phi = 0, \quad \nabla_{\vec{r}}^2 \Phi = 4\pi G \rho \left(1 + \beta e^{-|r|/r_s}\right). \quad (1.90)$$

Powtarzając linearyzację jak w § 1.2.2, otrzymamy nowe równanie ewolucji zaburzeń gęstości w przestrzeni Fouriera w epoce dominacji materii (równanie (1.63))

$$\ddot{\delta}_k + \frac{4}{3t} \dot{\delta}_k = \frac{2}{3t^2} \left[1 + \frac{\beta}{1 + (kr_s)^{-2}} \right] \delta_k. \quad (1.91)$$

Rozwiązanie rosnące powyższego równania ma postać

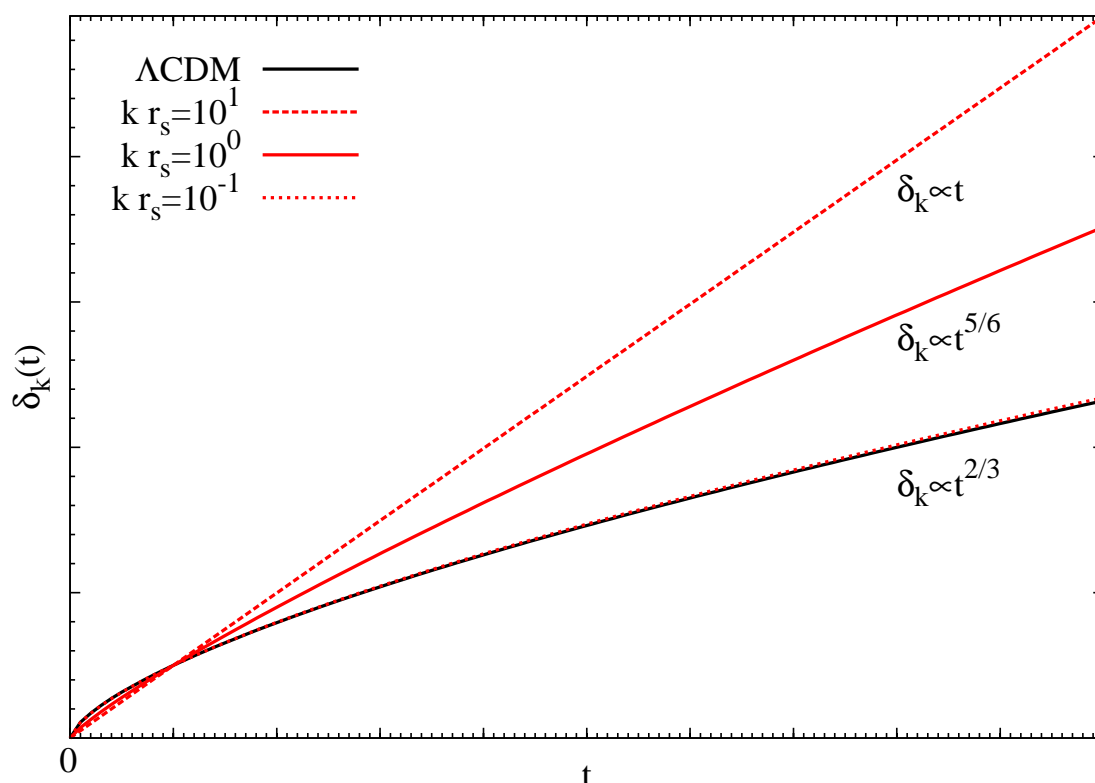
$$\delta_k \propto t^\alpha, \quad \alpha = \frac{1}{6} \sqrt{25 + \frac{24\beta}{1 + (kr_s)^{-2}}} - \frac{1}{6}. \quad (1.92)$$

Dla $kr_s \ll 1$ mamy $\alpha = 2/3$ zatem mody $k \ll r_s^{-1}$ będą rosły dokładnie tak jak w przypadku zwykłej zimnej CM. Zaburzenia o rozmiarach mniejszych niż charakterystyczna stała ucinania ($k \gg r_s^{-1}$) będą narastały szybciej niż w modelu standardowym. W szczególności dla $\beta = 1$ będzie $\delta_k \propto t$. Różnice pomiędzy wzrostem kontrastu gęstości w liniowym reżimie w SMK i modelu ReBEL ilustrujemy w rys. 1.3. Wielkości na osiach (w dowolnych jednostkach) to czas i amplituda zaburzenia gęstości. Czarna ciągła linia wyznacza wzrost amplitudy δ_k dla Λ CDM. Linie czerwone kreskowana, ciągła i kropkowana obrazują wzrost analogicznej wielkości w modelu ReBEL dla $kr_s = 10, 1$ i $0, 1$ odpowiednio.

Na podstawie powyższej analizy możemy się spodziewać, że w modelu ReBEL na skalach $r \lesssim r_s$ kontrast gęstości narasta szybciej i bardziej efektywnie w porównaniu z modelem standardowym, toteż na tych skalach powinniśmy się spodziewać, że znajdziemy więcej nieliniowych struktur na wysokich redshiftach niż w SMK. Co więcej, wzmocnione oddziaływanie cząstek CM prowadzi do zwiększenia wydajności akrecji i połączeń pomiędzy halami CM we wczesnym Wszechświecie. Wszystkie te efekty zostały wstępnie potwierdzone [Nusser i in. (2005); Hellwing i Juszkiewicz (2009); Hellwing (2010); Keselman i in. (2010); Hellwing i in. (2010)] i są pożądane w kontekście przedstawionych wcześniej trudności Λ CDM.

1.6 Kosmologiczne symulacje N-ciałowe - kod GADGET2

Do najważniejszych narzędzi współczesnej kosmologii teoretycznej należą komputerowe symulacje N-ciałowe. Numeryczne algorytmy N-ciałowe realizowane za pomocą superkomputerów pozwalają badać nieliniową grawitacyjną i hydrodynamiczną ewolucję złożonych układów cząstek. Istnieje wielka różnorodność kodów N-ciałowych, algorytmów



Rysunek 1.3: Liniowy wzrost fourierowskich modów zaburzeń gęstości podczas epoki dominacji materii. Kolor czarny odpowiada modelowi Λ CDM z $\delta_k \propto t^{2/3}$ dla wszystkich k . Kolorem czerwonym oznaczono wzrost δ_k w modelu ReBEL dla różnych wartości $k \cdot r_s$ i $\beta = 1$.

i związanych z nimi technik numerycznych, jednakże wszystkie te rozwiązania zasadniczo modelują ewolucję układu, śledząc trajektorie cząstek wynikające z ich wzajemnych oddziaływań grawitacyjnych i hydrodynamicznych. W zasadzie eksperymenty numeryczne (symulacje komputerowe) są jedyną metodą pozwalającą analizować powstawanie wielkoskalowej struktury Wszechświata, począwszy od małych początkowych zaburzeń aż do wysoce nieliniowej i skomplikowanej struktury obserwowanej w dzisiejszym kosmosie. Jakość dowolnego kosmologicznego kodu N-ciałowego opiera się na dwóch podstawowych czynnikach: (1) - wytworzeniu odpowiednich i dokładnych warunków początkowych (WP), to jest początkowych położeń i prędkości cząstek oraz (2) - na możliwie najdokładniejszym rozwiązaniu równań ruchu wyznaczających trajektorie cząstek. W niniejszej rozprawie kosmologiczne komputerowe symulacje N-ciałowe stanowić będą podstawowe narzędzie do analizy kosmologicznych implikacji modelu ReBEL. Dlatego poniżej szerzej opiszemy użyte metody.

Wszystkie numeryczne eksperymenty N-ciałowe, których wyniki zawiera ta rozprawa, zostały przeprowadzone za pomocą ogólnodostępnego kodu GADGET2 (z ang. *Galaxies with Dark matter and Gas intEract*) autorstwa Volkera Springela [SPRINGEL (2005)]. Jest to hybrydowy kod, który używa algorytmów przestrzennego drzewa i cząstek na siatce (w ang. *Particle Mesh*) w części grawitacyjnej oraz metody wygładzonej hydrodynamiki cząstkowej (w ang. *Smooth Particle Hydrodynamic* - SPH) w części odpowiadającej za barionowe siły hydrodynamiczne.

1.6.1 Numeryczna grawitacja

Ponieważ cząstek CM oraz cząstek barionowych jest bardzo dużo, to system, którego grawitacyjną ewolucję chcemy śledzić, najwygodniej jest opisać poprzez funkcję dystrybucji pojedynczych cząstek

$$f = f(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t). \quad (1.93)$$

Funkcja f opisuje gęstość masy w przestrzeni fazowej cząstek. Ponieważ zakładamy, że system złożony jest z naprawdę dużej liczby cząstek, to cząstki te lokalnie nie rozpraszają się wzajemnie lecz oddziałują z wynikowym polem grawitacyjnym, które wytwarzają. Zatem mamy do czynienia z samograwitującym bezzderzeniowym płynem. Toteż ewolucja funkcji dystrybucji (1.93) spełnia bezzderzeniowe równanie Boltzmanna (BRB) [BOLTZMANN (1872)]

$$\frac{df}{dt} \equiv \frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}} - \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{x}} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}} = 0, \quad (1.94)$$

gdzie samouzgodniony potencjał Φ jest rozwiązaniem równania Poissona

$$\nabla^2 \Phi(\mathbf{x}, t) = 4\pi G \int f(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) d\mathbf{v}. \quad (1.95)$$

Równania (1.94) i (1.95) tworzą układ równań Poissona-Własowa, dla którego przestrzeń fazowa jest zachowana wzdłuż każdej krzywej charakterystycznej (to jest orbity danej cząstki). Bardzo trudno jest bezpośrednio rozwiązać ten układ równań za pomocą metod skończonych różnic. W praktyce dla bardzo dużej liczby cząstek tworzących nieliniową strukturę jest to niemożliwe. Klasyczne podejście N-ciałowe (stosowane również w kodzie GADGET2) polega na użyciu skończonej liczby cząstek, które będą próbowały bazową ciągłą funkcję dystrybucji f . W istocie, metoda ta jest zatem podejściem typu Monte-Carlo.

Tworzymy dyskretny system N cząstek poruszających się (w przybliżeniu) wzdłuż krzywych charakterystycznych bazowego systemu (tj. bezzderzeniowego samograwitującego płynu

kosmologicznego). Dla tego systemu możemy napisać nowy układ równań

$$\ddot{\mathbf{x}}_i = -\nabla\Phi(\mathbf{x}_i), \quad (1.96)$$

$$\Phi(\mathbf{x}) = -G \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{(\mathbf{x} - \mathbf{x}_j)^2 + \varepsilon^2}. \quad (1.97)$$

Parametr ε pojawiający się w mianowniku sumy po cząstkach to tak zwany parametr wygładzania grawitacyjnego. Jego wprowadzenie jest wymagane, jeżeli chcemy by dynamika rozważanego systemu była naprawdę bezkolizyjna. Wiąże się on z trzema istotnymi korzyściami:

- i) zapobiega rozpraszaniu cząstek poruszających się względem siebie z dużymi kątami oraz tworzeniu się par związanych cząstek,
- ii) zapewnia, że czas dwu-ciałowych relaksacji jest odpowiednio duży,
- iii) pozwala na całkowanie systemu za pomocą metod całkowych niższych rzędów (oszczędność obliczeniowa).

Grawitacyjne wygładzanie poza wymienionymi zaletami posiada jednak jedną istotną wadę. Dla międzycząstkowych odległości $r \lesssim \varepsilon$ siła przestaje być newtonowska. Dlatego często parametr zmiękczenia grawitacyjnego ε utożsamia się z tzw. rozdzielczością sił danego N-ciałowego kodu. Zatem odległość ε wyznacza górną granicę rozpiętości dynamicznej eksperymentu N-ciałowego i zarazem granicę, do której rozważany system niesie wiarygodną informację fizyczną.

Istnieją różne metody rozwiązywania N-ciałowego układu równań (1.96) i (1.97), które charakteryzują się specyficznymi wadami i zaletami. Jak wspomnieliśmy wcześniej, kod GADGET2 jest kodem hybrydowym, który używa dwóch różnych metod, by wyznaczyć końcowe sumaryczne rozwiązania układu Poissona-Własowa. Na małych skalach stosuje się metodę przestrzennego drzewa, by wyliczyć siły pochodzące od pobliskich cząstek. Na dużych skalach GADGET2 używa algorytmu cząstek na siatce. Metoda drzewa cechuje się doskonałą rozdzielczością i dokładnością, jednak jest stosunkowo wymagająca obliczeniowo i pamięciowo (zwłaszcza na wczesnych etapach ewolucji, gdy system cechuje się dużą jednorodnością). Natomiast metoda cząstek na siatce jest prostsza i szybsza, jednak dla małych skal staje się niezbyt dokładna. Odpowiednia kombinacja tych dwóch podejść pozwala osiągnąć imponującą szybkość obliczeń przy jednoczesnym zapewnieniu bardzo dobrej dokładności sił. Opiszemy teraz dokładniej oba algorytmy.

Metoda cząstek na siatce

W metodzie cząstek na siatce [HOCKNEY I EASTWOOD (1981)] korzysta się z faktu, że równanie Poissona na potencjał grawitacyjny można rozwiązać w przestrzeni rzeczywistej stosując konwolucję gęstości z funkcją Greena

$$\Phi(\mathbf{x}) = \int \mathcal{G}(\mathbf{x} - \mathbf{x}') \rho(\mathbf{x}) d\mathbf{x}'. \quad (1.98)$$

Wybór odpowiedniej postaci funkcji Greena \mathcal{G} zależy od tego czy rozważany system ma periodyczne czy próżniowe warunki brzegowe. W przestrzeni Fouriera konwolucja zamienia się na proste mnożenie

$$\widehat{\Phi}(\mathbf{k}) = \widehat{\mathcal{G}}(\mathbf{k}) \cdot \widehat{\rho}(\mathbf{k}). \quad (1.99)$$

Aby uzyskać $\rho(\mathbf{x})$ na domenę obliczeniową nakładana jest trójwymiarowa regularna siatka sześcienna zawierająca M^3 komórek, tak że każda komórka ma szerokość h . Cząstkom przypisuje się specjalną funkcję „kształtu” $S(x)$. Do każdej komórki, której środek określa \mathbf{x}_m ($1 \leq m \leq M^3$) przypisywana jest część masy cząstki, która nakłada się na daną komórkę. Wkład dla danej komórki jest dany przez

$$W(\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_i) = \int_{\mathbf{x}_m - \frac{h}{2}}^{\mathbf{x}_m + \frac{h}{2}} S(\mathbf{x}' - \mathbf{x}_i) d\mathbf{x}' = \int \Pi\left(\frac{\mathbf{x}' - \mathbf{x}_m}{h}\right) S(\mathbf{x}' - \mathbf{x}_i) d\mathbf{x}', \quad (1.100)$$

gdzie: $\Pi(x) = \begin{cases} 1 & \text{dla } |x| \leq \frac{1}{2} \\ 0 & \text{w przeciwnym wypadku} \end{cases}$

Zatem funkcja przypisująca masę będzie miała postać konwolucji

$$W(\mathbf{x}) = \Pi\left(\frac{\mathbf{x}}{h}\right) \star S(\mathbf{x}). \quad (1.101)$$

Gęstość masy na siatce będzie teraz sumą po wkładach od wszystkich cząstek opisanych przez funkcję przypisania

$$\rho(\mathbf{x}_m) = \frac{1}{h^3} \sum_{i=1}^N m_i W(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_m), \quad (1.102)$$

gdzie m_i to masa i -tej cząstki. Powszechnie używanymi postaciami funkcji $S(x)$ są

$$\text{NGP: } S(\mathbf{x}) = \delta_D(\mathbf{x}), \quad (1.103)$$

$$\text{CIC: } S(\mathbf{x}) = \frac{1}{h^3} \Pi\left(\frac{\mathbf{x}}{h}\right) \star \delta_D(\mathbf{x}), \quad (1.104)$$

$$\text{TSC: } S(\mathbf{x}) = \frac{1}{h^3} \Pi\left(\frac{\mathbf{x}}{h}\right) \star \frac{1}{h^3} \Pi\left(\frac{\mathbf{x}}{h}\right), \quad (1.105)$$

gdzie $\delta_D(\mathbf{x})$ jest funkcją delta Diraca, zaś skrótowe nazwy pochodzą kolejno od angielskich słów: NGP - *Nearest Grid Point* (najbliższy punkt siatki), CIC - *Clouds In Cells* (chmury w komórkach) oraz TSC - *Triangular Shaped Cloud* (chmura o trójkątnym kształcie). Zazwyczaj stosuje się funkcje kształtu typu CIC lub TSC. Proste przypisanie typu NGP jest podatne na narastające fluktuacje, bowiem nawet niewielki błąd w położeniu cząstki może prowadzić do radykalnych zmian w sile, jaka na nią działa [POTTER (1977)]. Schemat CIC ekstrapoluje masę cząstki na 8 sąsiadujących komórek, zaś funkcja TSC na 27. Ze względu na to, że przy schemacie CIC siła skaluje się liniowo w kolejnych odcinkach siatki (dla wkładu jednej cząstki) oraz jest ciągła, ten właśnie schemat będzie stosowany w naszych eksperymentach numerycznych. Ciągłość wynikowej siły oraz jej liniowa zależność pomiędzy sąsiednimi komórkami są pożądanymi własnościami, jeżeli chcemy zminimalizować błędy w obliczonych siłach. Zminimalizowanie, jak to tylko możliwe, błędów sił cząstkowych jest pożądane ze względu na to, że w modelu ReBEL siły oddziaływań w ogólności będą większe niż w modelu Λ CDM.

Mając już gęstość masy $\rho(\mathbf{x}_m)$ ekstrapolowaną na regularnej siatce, możemy, używając metod dyskretnej szybkiej transformaty Fouriera (DSTF), wyliczyć odpowiadającą jej gęstość w przestrzeni Fouriera $\rho(\mathbf{k}_m)$. Po przemnożeniu jej przez odpowiednie funkcje Greena i dokonaniu odwrotnej transformacji Fouriera uzyskamy rzeczywisty potencjał grawitacyjny dla wszystkich oczek siatki \mathbf{x}_m . Korzystając z metody skończonych różnic, możemy wyliczyć pole sił odpowiadające temu potencjałowi

$$\mathcal{F} = -\nabla\Phi. \quad (1.106)$$

Kod GADGET2 korzysta z interpolacji czwartego rzędu

$$\mathcal{F}_{(i,j,k)}^{(x)} = -\frac{4}{3} \frac{\Phi_{i+1,j,k} - \Phi_{i-1,j,k}}{2h} + \frac{1}{3} \frac{\Phi_{i+2,j,k} - \Phi_{i-2,j,k}}{4h}, 0 \leq i, j, k \leq M, \quad (1.107)$$

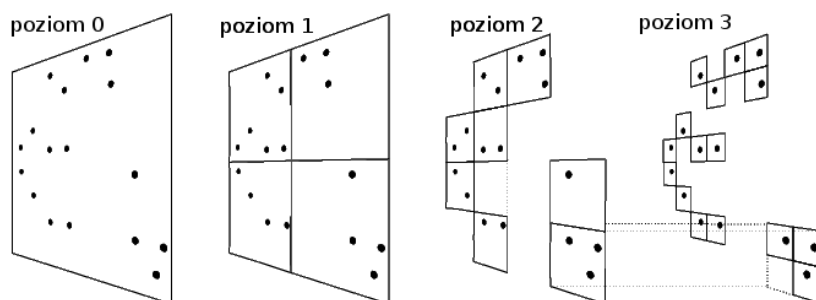
gdzie $\mathbf{x}_m = (i, j, k)$ a składowe j, k pola siły \mathcal{F} wylicza się analogicznie. Wynikowe pole sił wystarczy teraz interpolować na pozycję każdej cząstki zespołu

$$F(\mathbf{x}_i) = \sum_m W(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_m) \mathcal{F}_m. \quad (1.108)$$

Istotne jest aby powyższe jądro interpolacyjne W było dokładnie takiej samej postaci jak jądro użyte przy wyliczaniu gęstości masy. Zapewni to anty-symetryczność sił oraz zachowanie pędu.

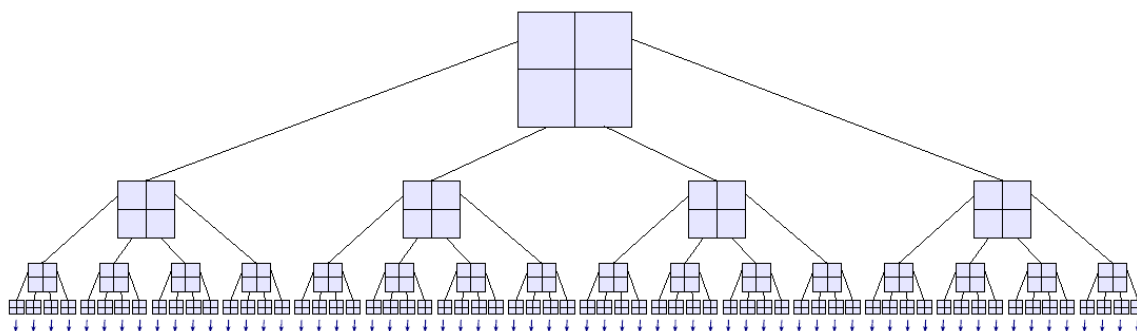
Metoda hierarchicznego drzewa

Przedstawiona w poprzednim ustępie metoda cząstek na siatce ogranicza rozdzielczość sił do rozmiaru h pojedynczej komórki siatki. Niemożliwe więc jest śledzenie procesu ewolucji kosmicznej struktury na skalach $\sim O(h)$ i mniejszych. Metodami alternatywnymi wobec technik fourierowskich lub bezpośredniej sumacji sił pomiędzy cząstkami są metody oparte o tak zwane algorytmy drzewowe. W tym podejściu cząstki są organizowane w hierarchiczne grupy. Siła wywierana na daną cząstkę przez odległą grupę cząstek jest aproksymowana poprzez najniższe multipolowe momenty tej grupy cząstek. Dzięki takiej aproksymacji liczba operacji niezbędna do wyliczenia wszystkich sił redukuje się do $O(N \log N)$ [APPEL (1985)], co jest znaczącym zyskiem w porównaniu z $O(N^2)$ operacji przy bezpośrednim sumowaniu sił między cząstkami. Im więcej członów rozwinięcia multipolowego uwzględni się podczas



Rysunek 1.4: Schemat konstrukcji drzewa Barnes'a i Huta w dwóch wymiarach. Rysunek zapożyczony z [SPRINGEL I IN. (2001)].

wyliczania sił, tym błąd wyznaczenia wynikowej siły będzie mniejszy. Z punktu widzenia wydajności obliczeniowej opłaca się jednak uciąć rozwinięcie dla niskich rzędów i użyć większej liczby mniejszych liści drzewa by osiągnąć pożądaną dokładność aproksymacji sił [MCMILLAN I AARSETH (1993)]. W kodzie GADGET2 przyjęty kompromis pomiędzy wydajnością a dokładnością polega na ucięciu rozwinięcia na członie kwadrupolowym [SPRINGEL I IN. (2001)]. W używanym przez nas kodzie drzewo jest konstruowane na zasadzie opisanej przez Barnes'a i Huta [BARNES I HUT (1986)]. Domena obliczeniowa zostaje hierarchicznie podzielona na ciąg sześciątów. Każdy sześciąt zawiera ośmiu potomków o długości krawędzi równej połowie długości krawędzi sześciąta rodzica. Sześciąty powstałe w wyniku takiego podziału tworzą liście drzewa ósemkowego. Konstrukcja drzewa cząstek przebiega w ten sposób, że każdy liść (sześciąt) zawiera tylko jedną cząstkę lub jest protoplastą dalszych liści. W tym drugim przypadku poza listą liści potomnych węzeł drzewa niesie informację o



Rysunek 1.5: Schemat hierarchicznej struktury typu drzewa. Ta dwuwymiarowa analogia trójwymiarowego drzewa ósemkowego tworzy drzewo czwórkowe. Tutaj każdy liść może mieć co najwyżej czterech potomków. W przypadku trójwymiarowym liczba potomków jest ograniczona do ośmiu.

monopolowym i kwadropolowym momencie wszystkich cząstek jakie zawiera. Rysunek 1.4 ilustruje schematycznie mechanizm konstrukcji drzewa. Na rysunku 1.5 umieściliśmy dwuwymiarową schematyczną analogię struktury drzewa Barnes-Huta.

Obliczenie sił oddziałujących na cząstki polega na przechodzeniu struktury drzewa i sumowaniu odpowiednich przyczynków z kolejnych węzłów drzewa. W klasycznym algorytmie przechodzenia drzewa Barnes-Huta multipolowe rozwinięcie węzła o rozmiarze l jest użyte jako przyczyniek, jeżeli jest spełniony warunek

$$r > \frac{l}{\theta}, \quad (1.109)$$

gdzie r to odległość punktu odniesienia od środka masy danego węzła, zaś θ określa wybrany wcześniej parametr (tzw. kąt otwarcia) związany z wymaganą dokładnością aproksymacji sił. Jeżeli węzeł drzewa spełnia powyższą zależność, wędrówka po drzewie zostaje ucięta w tym miejscu, w przeciwnym przypadku liść zostaje „otwarty” i przechodzenie drzewa jest kontynuowane dla wszystkich jego potomków. Dokładny potencjał grawitacyjny wytwarzany przez grupę cząstek należącą do węzła drzewa jest dany przez

$$\Phi(\mathbf{r}) = -G \sum_i \frac{m_i}{|\mathbf{x}_i - \mathbf{r}|}, \quad (1.110)$$

gdzie \mathbf{x}_i to wektor położenia i -tej cząstki. Niech \mathbf{s} będzie wektorem wskazującym na środek masy grupy cząstek zdefiniowanym jako

$$\mathbf{s} = \frac{\sum_i m_i \mathbf{x}_i}{\sum_i m_i}. \quad (1.111)$$

Teraz przy założeniu, że $|\mathbf{x}_i - \mathbf{s}| \ll |\mathbf{r} - \mathbf{s}|$ możemy użyć multipolowego rozwinięcia członu

$$\frac{1}{|\mathbf{x}_i - \mathbf{r}|} = \frac{1}{|(\mathbf{x}_i - \mathbf{s}) - (\mathbf{r} - \mathbf{s})|}, \quad (1.112)$$

definiując dodatkowo

$$\mathbf{y} \equiv \mathbf{r} - \mathbf{s}, \quad (1.113)$$

otrzymamy do kwadrupolowego członu wyłącznie

$$\frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{s}|} = \frac{1}{|\mathbf{y}|} - \frac{\mathbf{y} \cdot (\mathbf{x}_i - \mathbf{s})}{|\mathbf{y}|^3} + \frac{1}{2} \frac{\mathbf{y}^T [3(\mathbf{x}_i - \mathbf{s})(\mathbf{x}_i - \mathbf{s})^T - \mathbf{I}(\mathbf{x}_i - \mathbf{s})^2] \mathbf{y}}{|\mathbf{y}|^5} + \dots \quad (1.114)$$

Tutaj T oznacza operację transponowania a \mathbf{I} jest macierzą jednostkową. Jeżeli dokonamy sumy po wszystkich cząstkach, to człon dipolowy zniknie, zatem

$$\frac{\mathbf{y} \cdot (\mathbf{x}_i - \mathbf{s})}{|\mathbf{y}|^3} = 0. \quad (1.115)$$

Możemy teraz zdefiniować pozostałe momenty rozwinięcia

$$\text{monopolowy: } M = \sum_i m_i, \quad (1.116)$$

$$\text{kwadrupolowy: } \mathbf{K} = 3\mathbf{Q} - \mathbf{P}, \quad (1.117)$$

gdzie odpowiednie tensory \mathbf{Q} i \mathbf{P} będą dane przez

$$\mathbf{Q} \equiv \sum_i m_i (\mathbf{x}_i - \mathbf{s})(\mathbf{x}_i - \mathbf{s})^T = \sum_i m_i \mathbf{x}_i \mathbf{x}_i^T - M \mathbf{s} \mathbf{s}^T, \quad (1.118)$$

$$\mathbf{P} \equiv \mathbf{I} \sum_i m_i (\mathbf{x}_i - \mathbf{s})^2 = \mathbf{I} \left[\sum_i m_i \mathbf{x}_i^2 - M \mathbf{s}^2 \right]. \quad (1.119)$$

Po zsyntetyzowaniu równań od (1.110) do (1.119) potencjał wytwarzany przez cząstki w danym węźle drzewa możemy wyrazić jako

$$\Phi(\mathbf{r}) = -G \left[\frac{M}{y} + \frac{1}{2} \mathbf{y}^T \frac{\mathbf{K}}{y^5} \mathbf{y} \right]. \quad (1.120)$$

Zatem ostatecznie kwadrupolowe przybliżenie na czysto newtonowskie pole grawitacyjne wynosi

$$\mathbf{f}(\mathbf{r}) = -\nabla \Phi(\mathbf{r}) = G \left(-\frac{M}{y^3} \mathbf{y} + \frac{3\mathbf{Q}}{y^5} \mathbf{y} - \frac{15}{2} \frac{\mathbf{y}^T \mathbf{Q} \mathbf{y}}{y^7} \mathbf{y} + \frac{3}{2} \frac{\mathbf{P}}{y^5} \mathbf{y} \right). \quad (1.121)$$

Powyższy wzór jest dobrym przybliżeniem sił w przypadku gdy na skalach r rozważamy czysto newtonowską siłę. Niemniej jak wspominaliśmy wcześniej, w bezzderzeniowych symulacjach N-ciałowych konieczne jest stosowanie grawitacyjnego wygładzania. To może

powodować pewne techniczne trudności. W obszarach o wysokiej gęstości liczbowej cząstek (takich jak jądra hal ciemnej materii bądź obłoki zimnego skondensowanego gazu) może się zdarzyć, iż węzeł drzewa spełnia kryterium (1.109), lecz równocześnie jest spełnione $r < \varepsilon$ (gdzie ε to wspomniana już długość wygładzania grawitacji). Wówczas formalnie, by aproksymacja była poprawna, należy użyć multipolowego rozwinięcia wygładzonego potencjału zamiast potencjału newtonowskiego. Dla zupełności wywodu omówimy teraz pokrótce odpowiednie rozwinięcie. W ogólności wygładzony potencjał grawitacyjny możemy opisać równaniem

$$\Phi(\mathbf{r}) = -G \sum_i m_i g(|\mathbf{x}_i - \mathbf{r}|), \quad (1.122)$$

gdzie funkcja $g(r)$ opisuje odpowiednie wygładzone prawo oddziaływania. Dla $g(r) = 1/r$ odtwarzamy standardowy newtonowski potencjał. Kod GADGET2 używa dosyć skomplikowanej postaci funkcji $g(r)$, która ma postać funkcji parametrycznej i jest oparta na znormalizowanym jądrze interpolacyjnym typu klin, szeroko używanym w formalizmie SPH. Dokładne postaci funkcji wygładzających i ich pochodnych podajemy w dodatku A. Dokonując multipolowego rozwinięcia jak w przypadku newtonowskim, otrzymamy wzór na przybliżony potencjał wygładzony

$$\Phi(\mathbf{r}) = -G \left\{ M g(y) + \frac{1}{2} \mathbf{y}^T \left[\frac{g''(y)}{y^2} \mathbf{Q} + \frac{g'(y)}{y^3} (\mathbf{P} - \mathbf{Q}) \right] \mathbf{y} \right\}. \quad (1.123)$$

Zatem ostatecznie wygładzona siła grawitacyjna wytwarzana przez grupę cząstek znajdującą się w danym węźle drzewa w kwadropolowym przybliżeniu będzie wyrażona przez

$$\mathbf{f}(\mathbf{r}) = -\nabla \Phi(\mathbf{r}) = G \left[M g_1(y) \mathbf{y} + g_2(y) \mathbf{Q} \mathbf{y} + \frac{1}{2} g_3(y) (\mathbf{y}^T \mathbf{Q} \mathbf{y}) \mathbf{y} + \frac{1}{2} g_4(y) \mathbf{P} \mathbf{y} \right], \quad (1.124)$$

gdzie funkcje $g_1(y)$, $g_2(y)$, $g_3(y)$ i $g_4(y)$ są wprowadzone jako wygodny skrótowy zapis kombinacji pochodnych $g(y)$ i są zdefiniowane w dodatku A (równania od (A.5) do (A.12)).

Metoda hybrydowa - połączenie drzewa i siatki

Jak wspomnieliśmy wcześniej, GADGET2 łączy w sobie dwa opisane powyżej podejścia do numerycznego obliczenia sił grawitacyjnych. Dzięki odpowiedniemu połączeniu obu algorytmów uzyskujemy wydajną i efektywną obliczeniowo metodę pozwalającą w zasadzie uzyskać żadaną rozdzielczość sił. W kosmologicznych symulacjach powstawania struktury zazwyczaj stosuje się okresowe warunki brzegowe, by uwzględnić, że skończonych rozmiarów domena obliczeniowa (zazwyczaj jest to sześcian) jest tylko pewnym wycinkiem nieskończonego Wszechświata. Skończone rozmiary pudła wprowadzają zatem dolną granicę rozpiętości dynamicznej danej symulacji. Zjawiska i struktury na skalach rzędu $r \gtrsim L$

(gdzie L to długość krawędzi pudła obliczeniowego) są niedostępne. Zazwyczaj implementacja periodycznych warunków brzegowych może być kłopotliwa w przypadku algorytmów drzewowych. Jest ona natomiast niejako naturalnie wpisana w metody oparte na DSTF, a zatem algorytmy cząstek na siatce. Opiszemy pokrótce, w jaki sposób GADGET2 łączy te dwie zasadniczo różne metody.

Potencjał oddziaływań $\varphi(\mathbf{x})$ przy założeniu periodycznych warunków brzegowych w pudle o rozmiarze L jest rozwiązaniem równania [SPRINGEL (2005)]

$$\nabla^2 \varphi(\mathbf{x}) = 4\pi G \left[\sum_{\mathbf{n}} \tilde{\delta}(\mathbf{x} - \mathbf{n}L) - L^{-3} \right], \quad (1.125)$$

gdzie suma po $\mathbf{n} = (n_1, n_2, n_3)$ rozciąga się na wszystkie trójki liczb całkowitych, zaś funkcja dystrybucji gęstości pojedynczej cząstki $\tilde{\delta}(\mathbf{x})$ to funkcja delta Diraca skonwoluuowana ze znormalizowanym jądrem wygładzającym SPH (patrz dodatek A, równanie (A.1)). W powyższym równaniu Poissona wyeliminowana została gęstość średnia, tak by rozwiązanie opisywało czysty swoisty potencjał. Dynamika całego systemu opisana jest przez ogólne równanie Poissona $\nabla^2 \Phi(\mathbf{x}) = 4\pi G(\rho(\mathbf{x}) - \bar{\rho})$. Dla skończonego dyskretnego układu cząstek definiujemy potencjał swoisty jako

$$\Phi(\mathbf{x}) = \sum_i m_i \varphi(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i). \quad (1.126)$$

W przestrzeni Fouriera powyższy potencjał możemy zapisać jako

$$\Phi_{\mathbf{k}} = -\frac{4\pi G}{\mathbf{k}^2} \rho_{\mathbf{k}}, \quad \text{gdzie } \mathbf{k} \neq 0. \quad (1.127)$$

Teraz możemy *explicite* rozbić powyższy potencjał na sumę dwóch przyczynków, krótko i dalekozasięgowego

$$\Phi_{\mathbf{k}} = \Phi_{\mathbf{k}}^{\text{daleki}} + \Phi_{\mathbf{k}}^{\text{krótki}}. \quad (1.128)$$

Odpowiednie części zapiszemy jako

$$\Phi_{\mathbf{k}}^{\text{daleki}} = \Phi_{\mathbf{k}} \exp(-\mathbf{k}^2 r_p^2), \quad (1.129)$$

$$\Phi_{\mathbf{k}}^{\text{krótki}} = \Phi_{\mathbf{k}} \left[1 - \exp(-\mathbf{k}^2 r_p^2) \right], \quad (1.130)$$

gdzie r_p określa skalę podziału siły. Przyczyniek dalekozasięgowy można obliczyć, stosując opisaną metodę cząstek na siatce.

Krótkozasięgową część potencjału może być wyliczona w rzeczywistej przestrzeni, jeżeli zauważymy, że dla $r_p \ll L$ krótkozasięgową część rozwiązania w przestrzeni rzeczywistej równania (1.126) jest dana przez

$$\Phi^{\text{krótki}}(\mathbf{x}) = -G \sum_i \frac{m_i}{r_i} \operatorname{erfc} \left(\frac{r_i}{2r_p} \right). \quad (1.131)$$

Powyżej $r_i = \min(|\mathbf{x} - \mathbf{r}_i - \mathbf{n}L|)$ możemy rozumieć jako najmniejszą odległość jakiegokolwiek obrazu cząstki i od punktu \mathbf{x} . Ponieważ funkcja erfc bardzo szybko tłumi siły na odległościach dużych w porównaniu z r_p , tylko najbliższy obraz cząstki w zasadzie kontrybuuje do krótkozasięgowej części siły.

Krótkozasięgowe przyczynki do sił odpowiadające rozwiązaniom równania (1.131) możemy wyliczyć, używając opisanej metody multipolowego rozwinięcia węzłów drzewa Barnes-Huta. Co bardzo istotne, aby uzyskać krótkozasięgową część siły wywieranej na daną cząstkę, trzeba przejść węzły znajdujące się w niewielkim obszarze wokół cząstki. Co więcej, nie ma potrzeby wprowadzać do równań poprawek uwzględniających periodyczne warunki brzegowe, co jest dodatkowym zyskiem obliczeniowym.

1.6.2 Modyfikacje uwzględniające model ReBEL

W modelu ReBEL siła oddziaływania między cząstkami CM oraz efektywny potencjał grawitacyjny przez nie wytwarzany na skalach porównywalnych z długością ekranowania r_s odbiegają od standardowych newtonowskich postaci. Aby GADGET2 poprawnie uwzględnić fenomenologię ReBEL, trzeba zmodyfikować oba algorytmy grawitacyjne.

Przypomnimy, że dla standardowej grawitacji równanie Poissona w przestrzeni Fouriera ma postać (równanie (1.99))

$$\Phi_{\mathbf{k}} = \mathcal{G}_{\mathbf{k}} \cdot \rho_{\mathbf{k}}. \quad (1.132)$$

Powyższe równanie dla modelu ReBEL ma postać (po uwzględnieniu (1.85))

$$\Phi_{\mathbf{k}} = \mathcal{G}_{\mathbf{k}} \cdot \rho_{\mathbf{k}} \cdot h_{\mathbf{k}}, \quad (1.133)$$

gdzie $h_{\mathbf{k}}$ jest fourierowskim obrazem funkcji $h(r)$ opisującym eksponencjalną poprawkę typu Yukawy do newtonowskiego potencjału (równanie (1.86)). Odpowiednia transformata $h(r)$ ma postać

$$h_{\mathbf{k}} = 1 + \frac{\beta}{1 + (|\mathbf{k}| \cdot r_s)^{-2}}. \quad (1.134)$$

Zatem by uwzględnić poprawkę ReBEL, wystarczy zmodyfikować funkcję Greena jaka jest używana do rozwiązania równania Poissona w przestrzeni Fouriera. Bezpośrednio w kodzie funkcja Greena $\mathcal{G}_{\mathbf{k}}$ jest liczona w siedmiopunktowej aproksymacji skończonych różnic. Dla dyskretnego zbioru jej argumentów możemy zdefiniować wektory

$$\mathbf{q} = \{q_j\} = \mathbf{k} \cdot \frac{L}{2\pi}, \quad (1.135)$$

gdzie, jak wcześniej, L oznacza współporuszającą długość pudła symulacji, zaś indeksy dolne $j = 1, 2$ lub 3 wyznaczają wymiary w przestrzeni \mathbf{k} . Ponieważ siatka zawiera M^3

komórek, to numeratory poszczególnych komórek mogą przyjmować wartości

$$q_j = 1, 2, \dots, M. \quad (1.136)$$

Każda trójka liczb całkowitych (numeratorów) określa punkt siatki, dla którego liczona jest odpowiednia funkcja Greena

$$\mathcal{G}_{\mathbf{k}}^N = -\pi \left[M^2 \sum_{j=1}^3 \sin^2(\pi q_j / M) \right]^{-1}, \quad (1.137)$$

gdzie indeks górny N oznacza, że jest to funkcja Greena równania Poissona dla newtonowskiej grawitacji. Funkcja Greena dla modelu ReBEL będzie zatem miała postać

$$\mathcal{G}_{\mathbf{k}}^{\text{ReBEL}} = \mathcal{G}_{\mathbf{k}}^N h_{\mathbf{k}} = \mathcal{G}_{\mathbf{k}}^N \left(1 + \frac{\beta}{1 + (|\mathbf{k}| \cdot r_s)^{-2}} \right). \quad (1.138)$$

Powyższa poprawka powinna dotyczyć potencjału wytwarzanego i działającego tylko na cząstki CM. Dlatego w symulacjach zawierających równocześnie CM i bariony algorytm liczący potencjał metodą cząstek na siatce jest odpowiednio zmieniony tak, by na bariony działał czysto newtonowski potencjał pochodzący od cząstek CM i innych barionów. Równocześnie potencjał działający na cząstki CM jest sumą newtonowskiego wkładu od barionów i potencjału w formie ReBEL pochodzącego od reszty CM.

Aby grawitacyjny algorytm drzewa przestrzennego uwzględniał dodatkowe oddziaływanie skalarne dla cząstek CM, wystarczy przemnożyć odpowiednie formuły przez człon opisujący poprawkę ReBEL - równanie (1.89). Dla dwóch cząstek oddziałujących bezpośrednio zastosujemy równanie (1.88) zamiast klasycznej newtonowskiej postaci. Natomiast dla przybliżenia multipolowego siła oddziaływania odpowiednio będzie postaci

$$\mathbf{f}^{\text{ReBEL}}(\mathbf{r}) = \mathbf{f}^N(\mathbf{r}) \cdot F_s(\beta, \gamma) \quad \text{gdzie: } \gamma = \frac{y}{r_s}. \quad (1.139)$$

Zatem *explicite* zmodyfikowana siła to

$$\mathbf{f}^{\text{ReBEL}}(\mathbf{r}) = G \left[M g_1(y) \mathbf{y} + g_2(y) \mathbf{Q} \mathbf{y} + \frac{1}{2} g_3(y) (\mathbf{y}^T \mathbf{Q} \mathbf{y}) \mathbf{y} + \frac{1}{2} g_4(y) \mathbf{P} \mathbf{y} \right] \cdot \left(1 + \beta \left(1 + \frac{y}{r_s} \right) e^{-\frac{y}{r_s}} \right). \quad (1.140)$$

Tak jak w przypadku algorytmu cząstek na siatce tak i teraz musimy zadbać, by zmodyfikowane prawo oddziaływania dotyczyło wyłącznie par cząstek CM-CM, bowiem oddziaływanie barion-barion i barion-CM są newtonowskiej postaci. Odpowiednie zachowanie można

dosyć prosto zapewnić, wykorzystując własność addytywności siły grawitacyjnej. Dla każdego węzła drzewa zamiast informacji o momentach multipolowych wszystkich cząstek, jakie on zawiera, będziemy zapisywać osobno odpowiednie przyczynki od barionów i CM. W ten sposób siła pochodząca od grupy cząstek gazowych i od grupy cząstek CM będzie wyliczana osobno przy wykorzystaniu odpowiednich wzorów, a następnie odpowiednio zsumowana.

1.6.3 Numeryczna hydrodynamika

Kod GADGET2 używa prostego opisu międzygalaktycznego i międzygwiazdnego gazu barionowego, modelując go w przybliżeniu idealnego nielepkiego gazu. Taki gaz spełnia równanie ciągłości

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \nabla \cdot \mathbf{v} = 0, \quad (1.141)$$

oraz równanie Eulera

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\frac{\nabla P}{\rho} - \nabla \Phi. \quad (1.142)$$

Tutaj ρ to gęstość gazu, P to jego ciśnienie a Φ to potencjał grawitacyjny. Dodatkowo energia wewnętrzna (ciepło) u na jednostkę masy ewoluuje zgodnie z pierwszym prawem termodynamiki, *videlicet*

$$\frac{du}{dt} = -\frac{P}{\rho} \nabla \cdot \mathbf{v} - \frac{\Theta(u, \rho)}{\rho}. \quad (1.143)$$

W powyższym zapisie użyliśmy lagrangianowskiej pochodnej czasowej, to jest

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla, \quad (1.144)$$

oraz sparametryzowaliśmy dopuszczalną dodatkową fizykę gazu w postaci funkcji chłodzącej $\Theta(u, \rho)$, która opisuje zewnętrzne źródła lub pochłaniacze gazowego ciepła.

Dla gazu idealnego równanie stanu jest postaci

$$P = (\gamma - 1)\rho u, \quad (1.145)$$

gdzie γ to wykładnik adiabaty (równy stosunkowi ciepła właściwych). Dla gazu jednomolekułowego (a za taki przyjmujemy międzygalaktyczny gaz barionowy) $\gamma = 5/3$. Dodatkowo możemy zdefiniować adiabatyczną prędkość dźwięku w gazie

$$c_s^2 = \gamma \frac{P}{\rho}. \quad (1.146)$$

Jak już wspominaliśmy, używany przez nas kod GADGET2 wykorzystuje technikę wygładzonej hydrodynamiki cząstkowej do opisu fizycznych własności gazu. W tym podejściu

używa się dyskretnych wskaźników (cząstek) opisujących stan płynu, zaś ciągłe wielkości charakteryzujące gaz są definiowane za pomocą odpowiednich jąder interpolacyjnych [GOLD I MONAGHAN (1977); LUCY (1977)]. Cząstki o współrzędnych r_i , prędkościach v_i i masach m_i są utożsamiane z elementami płynu, które próbują gaz w sensie lagrangianowskim. Stan termodynamiczny każdego elementu płynu możemy zdefiniować poprzez jego energię wewnętrzną na jednostkę masy u_i lub poprzez entropię na jednostkę masy s_i . GADGET2 używa entropii w specjalnym sformułowaniu opisanym w [SPRINGEL I HERNQUIST (2002)], dzięki czemu kod zapewnia zachowanie nie tylko energii, lecz również entropii.

Zauważmy, że ze względów numerycznych wygodniej jest operować funkcją entropii zdefiniowaną jako $A \equiv P/\rho^\gamma$ niż samą entropią na jednostkę masy s_i . Dla idealnego gazu $A = A(s)$ jest funkcją tylko entropii i jej wyliczenie jest mniej kosztowne obliczeniowo od liczenia właściwej entropii s_i .

Dla każdej metody typu SPH rzeczą o fundamentalnym znaczeniu jest wyznaczenie lokalnej gęstości. GADGET2 używa poniższego wzoru na gęstość

$$\rho_i = \sum_j m_j W_{SPH}(|\mathbf{r}_{ij}|, h_i), \quad (1.147)$$

gdzie $\mathbf{r}_{ij} \equiv \mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j$, zaś jądro wygładzające $W_{SPH}(r, h)$ jest podane w dodatku A w równaniu (A.1). Tutaj adaptatywną długość wygładzania oznaczamy przez h zamiast ε , by uwypuklić, że ten parametr ma inne znaczenie niż parametr wygładzania grawitacyjnego. Długość wygładzania h_i dla każdej cząstki jest zdefiniowana tak, by objętość jej wygładzającego jądra zawierała stałą masę przy wyznaczonej gęstości. Toteż *implicite* długość i gęstość przypisane do danej cząstki podlegają równaniu

$$\frac{4\pi}{3} h_i^3 \rho_i = N_{SPH} \bar{m}, \quad (1.148)$$

gdzie N_{SPH} jest typową ilością wygładzających cząstek sąsiadów, zaś \bar{m} jest średnią masą cząstki.

Springel i Hernquist wykazali, iż w formalizmie dyskretnego lagrangianu płynu równania ruchu cząstek SPH są dane przez [SPRINGEL I HERNQUIST (2002)]

$$\frac{dv_i}{dt} = - \sum_j m_j \left[f_i \frac{P_i}{\rho_i^2} \nabla_i W_{ij}(h_i) + f_j \frac{P_j}{\rho_j^2} \nabla_i W_{ij}(h_j) \right], \quad (1.149)$$

gdzie współczynniki f_i są zdefiniowane następująco

$$f_i = \left(1 + \frac{h_i}{3\rho_i} \frac{\partial \rho_i}{\partial h_i} \right)^{-1}, \quad (1.150)$$

oraz dodatkowo użyliśmy skrótowego oznaczenia $W_{ij}(h) = W_{SPH}(|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|, h)$. Ciśnienia przypisane do poszczególnych cząstek wyrażają się przez

$$P_i = A_i \rho_i^\gamma. \quad (1.151)$$

Powyższy zestaw równań w pełni opisuje dynamikę płynu w opisie SPH. Entropia A_i związana z każdą cząstką w takim przepływie pozostaje stała, pod warunkiem że w gazie nie ma frontów szokowych ani zewnętrznych źródeł ciepła.

Niemniej jednak przepływy idealnego gazu mogą wytwarzać nieciągłości, w których entropia narasta na skutek mikrofizyki gazu. W SPH obszary takich szoków muszą być uchwyczone przez sztuczną lepkość. GADGET2 używa następującego wyrażenia na siłę lepka

$$\left. \frac{dv_i}{dt} \right|_{\text{lepka}} = - \sum_j m_j \Pi_{ij} \nabla_i \bar{W}_{ij}, \quad (1.152)$$

gdzie człon lepki $\Pi_{ij} \geq 0$ jest niezerowy tylko dla par cząstek, które w przestrzeni fizycznej zbliżają się do siebie. Lepkość wytwarza entropię w tempie

$$\frac{dA_i}{dt} = \frac{1}{2} \frac{\gamma - 1}{\rho_i^{\gamma-1}} \sum_j m_j \Pi_{ij} \mathbf{v}_{ij} \cdot \nabla_i \bar{W}_{ij}, \quad (1.153)$$

zamieniając nieodwracalnie kinetyczną energię ruchu gazu w ciepło. W powyższych dwóch wzorach użyliśmy symbolu \bar{W}_{ij} , którym oznaczamy arytmetyczną średnią dwóch jąder $W_{ij}(h_i)$ i $W_{ij}(h_j)$.

GADGET2 implementuje lepkość opisaną przez Ansatz [\[MONAGHAN \(1997\)\]](#)

$$\Pi_{ij} = -\frac{\alpha}{2} \frac{w_{ij} v_{ij}^{\text{syg}}}{\rho_{ij}}, \quad (1.154)$$

gdzie w najprostszej postaci prędkość sygnałowa jest dana jako

$$v_{ij}^{\text{syg}} = c_i + c_j - 2w_{ij}. \quad (1.155)$$

Tutaj $w_{ij} = v_{ij} \cdot \mathbf{r}_{ij}/|\mathbf{r}_{ij}|$ jest prędkością względną zrzutowaną na wektor separacji cząstek, jeżeli tylko cząstki zbliżają się do siebie (tj. $v_{ij} \cdot \mathbf{r}_{ij} < 0$). W przeciwnym przypadku $w_{ij} = 0$. Wielkości c_i i c_j oznaczają średnie prędkości dźwięku. Parametr α reguluje tutaj wielkość sił lepkości. Podstawiając (1.155) do (1.154) otrzymamy ostateczną postać członu lepkiego

$$\Pi_{ij} = -\frac{\alpha}{2} \frac{(c_i + c_j - 3w_{ij})w_{ij}}{\rho_{ij}}. \quad (1.156)$$

1.6.4 Warunki początkowe

Na zakończenie tego niewyczerpującego, ale w odczuciu autora kompletnego dla rozważanych zastosowań, opisu technik numerycznych podamy opis metody generowania odpowiednich warunków początkowych dla kosmologicznych symulacji N-ciałowych. Jak wspomnieliśmy wcześniej, poprawne początkowe położenia i prędkości cząstek są bardzo istotne. Podczas ewolucji czasowej system cząstek podlega, zwłaszcza w końcowych stadiach, wysoce nieliniowej dynamice. Z tego powodu nawet niewielkie początkowe błędy w ustawieniu mogą prowadzić do znaczących zmian wyniku końcowego.

Przewidywania liniowej teorii zaburzeń rozkładu materii dla wczesnych etapów ewolucji wyraża się zazwyczaj w postaci widma mocy przestrzennych fluktuacji gęstości. Takie widmo mocy można zapisać w postaci iloczynu inflacyjnego widma pierwotnych zaburzeń i tak zwanej funkcji transferu opisującej późniejszą liniową ewolucję każdego modu. Przyjmuje się zazwyczaj pierwotne widmo mocy w postaci potęgowej (patrz równanie (1.42)) z losowymi fazami, zaś odpowiednie dla wybranej kosmologii funkcje transferu można wyliczyć *explicite* na wybranych skalach [PEACOCK I DODDS (1996); EISENSTEIN I HU (1999); SMITH I IN. (2003)].

Zatem problem ustawienia warunków początkowych zawęża się do wygenerowania losowych faz realizujących dane widmo mocy i rozmieszczeniu danej liczby cząstek wewnątrz domeny obliczeniowej. W rzeczywistym nieskończonym Wszechświecie widmo fourierowskie jest ciągłe, zatem założenie losowych faz implikuje, że gęstość w dowolnie wybranym punkcie ma rozkład normalny. W doświadczeniach numerycznych model Wszechświata ma skończone rozmiary, dlatego widmo Fouriera jest dyskretne. By uzyskać gaussowską dystrybucję gęstości, nie wystarczy tylko przyjąć losowość faz. Musimy dodatkowo założyć, że amplituda każdego modu ma również rozkład normalny z wariancją wynikającą z oczekiwanej mocy danego modu. Tylko przy tym założeniu częstotliwość pików wysokiej gęstości (*exempli gratia* 2 lub 3 σ) będzie taka sama w ансамблю modeli realizujących to samo widmo mocy, jak w nieskończonym Wszechświecie z odpowiednim ciągłym widmem.

Wygodną i efektywną metodę wyliczania warunków początkowych realizujących dowolne założone widmo mocy można wyprowadzić z równania Zeldowicza [ZEL'DOVICH (1970)] opisującego liniową ewolucję ogólnej dystrybucji fluktuacji

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{q} - D(t)\psi(\mathbf{q}), \quad (1.157)$$

gdzie \mathbf{x} jest współporuszającym wektorem położenia cząstki we współrzędnych eulerowskich, \mathbf{q} to koordynaty lagrangianowskie odpowiadające jej początkowemu położeniu, $D(t)$

opisuje czynnik wzrostu liniowych zaburzeń, zaś ψ wyznacza przestrzenne pole fluktuacji gęstości. Pole ψ można wyrazić za pomocą pola sił dla chwili t

$$\psi(\mathbf{q}) = -\frac{\mathbf{F}(\mathbf{q}, t)}{ma^2(a\ddot{D} + 2\dot{D}\dot{a})}. \quad (1.158)$$

Jeżeli utworzymy realizację pożądaných zaburzeń w przestrzeni Fouriera, losując amplitudy i losowe fazy z rozkładu Gaussa, możemy wymnożyć je z odpowiednią funkcją Greena, by uzyskać odpowiadający im potencjał grawitacyjny na przestrzennej siatce. Następnie uzyskany potencjał po zróżniczkowaniu i interpolowaniu na siatkę da nam wartości funkcji $\mathbf{F}(\mathbf{q}, t)$. Stosuje się tutaj dokładnie takie same kroki, jak w opisanej wcześniej metodzie cząstek na siatce (patrz § 1.6.1). Teraz równania (1.157) i (1.158) w sposób zupełny opisują zaburzone pozycje cząstek potrzebne do uzyskaniażądanego pola gęstości z początkowego jednorodnego rozkładu cząstek.

Gdy już ustaliliśmy początkowe położenie wszystkich cząstek, drugim krokiem będzie wyliczenie dla nich początkowych prędkości. Zauważmy, że dla czasów początkowych stosowanych w symulacjach kosmologicznych ($100 \lesssim z \lesssim 20$), możemy oczekiwać, że tylko najszybciej rosnące mody będą obecne we Wszechświecie. Przy tym założeniu możemy wyliczyć prędkość własną dla danego punktu, różniczkując równanie (1.157)

$$\dot{\mathbf{x}} = -\dot{D}\psi(\mathbf{q}). \quad (1.159)$$

Najprostszą metodą, by otrzymać powyższe pole prędkości własnych, jest użycie równań (1.158) i (1.159) razem z polem sił użytym do zaburzenia położeń cząstek.

Do wygenerowania warunków początkowych dla symulacji opisanych w niniejszej rozprawie użyliśmy kodu PMCODE autorstwa Klypina i Holtzmana [KLYPIN I HOLTZMAN (1997)], w którym zaimplementowana jest opisana powyżej procedura. Funkcje transferu potrzebne do wyliczenia początkowego widma mocy zostały wzięte z prac [EISENSTEIN I HU (1999); SMITH I IN. (2003)].

1.7 Podsumowanie

W tym rozdziale przedstawiliśmy obecnie przyjęty Standardowy Model Kosmologiczny - model Λ CDM. Opisaliśmy również poruszane szeroko w literaturze trudności teoretyczne SMK związane ze strukturami i ich dynamiką na galaktycznych skalach odległości $\lesssim 5h^{-1}$ Mpc. Wyliczone trudności stały się motywacją do zaproponowania przez Gubsera i Peeblesa modelu zmodyfikowanej zimnej ciemnej materii, w którym to cząstki CM oddziałują między

sobą dodatkowo dynamicznie ekranowanym oddziaływaniem skalarnym. Szerokie badania kosmologii zmodyfikowany modelu, obecnie występującego w literaturze pod skrótową nazwą ReBEL, jest głównym celem niniejszej rozprawy. By zmierzyć się z tym zadaniem autor wykorzysta zmodyfikowany przez siebie kod GADGET2, umożliwiający przeprowadzanie kosmologicznych symulacji N-ciałowych i hydrodynamicznych wysokiej rozdzielczości. W tym rozdziale opisaliśmy również dokładnie numeryczne aspekty modelowania oraz modyfikacje oprogramowania uwzględniające zmodyfikowaną fizykę ReBEL.

Niniejsze rozprawa jest zorganizowana następująco: w rozdziale pierwszym zawarliśmy wstępne podstawowe rozważania oraz dokładny opis SMK jak i badanego modelu ReBEL; w rozdziale drugim przedstawimy wyniki badań dotyczących wpływu oddziaływań skalarnych w CM na statystykę wielkoskalowych korelacji przestrzennych pola gęstości CM oraz gazu barionowego; w rozdziale trzecim zawarty został opis dokładnych badań wpływu sił ReBEL na wewnętrzne własności hal CM oraz na ich wzajemne korelacje przestrzenne. W ostatnim rozdziale rozprawy - rozdziale czwartym - zawarliśmy podsumowanie oraz wnioski końcowe. Do rozprawy dołączone zostały dwa dodatki, w których zawarto obszerny opis funkcji wygładzających stosowanych w kodzie GADGET2 (dodatek A) oraz wyprowadzenie wzoru na logarytmiczny wykładnik nachylenia widma mocy γ_1 (dodatek B). Na końcu umieszczono szczegółowy wykaz literatury cytowanej w niniejszej pracy.

Kosmiczne pola gęstości

2.1 Wstęp

W tym rozdziale zajmiemy się analizą serii symulacji kosmologicznych śledzących proces powstawania wielkoskalowych struktur w polach gęstości CM i barionów. Przedstawimy analizę podstawowych statystycznych obserwacji wielkoskalowych pól gęstości w modelach ReBEL i ich porównanie z wynikami symulacji wzorcowego modelu Λ CDM. Część wyników zawartych w tym rozdziale pochodzi z pracy [HELLWING I JUSZKIEWICZ (2009)], której drugim autorem jest prof. Roman Juszkiewicz. Wkład profesora Juszkiewicza we wspomnianą pracę dotyczył wspólnej z autorem rozprawy analizy widm mocy, 2-punktowej funkcji korelacyjnej oraz funkcji gęstości prawdopodobieństwa kontrastu gęstości CM w modelu ReBEL. Dodatkowo profesor Juszkiewicz uczestniczył w formułowaniu końcowych wniosków zamieszczonych we wspomnianym artykule. Wszystkie pozostałe wyniki przedstawione w tym rozdziale są oryginalną i samodzielną pracą autora rozprawy.

2.2 Statystyczne miary kosmicznych struktur

Wszechświat jako całość jest w pewnym sensie niewdzięcznym obiektem do badań fizycznych. Kosmologowie badający Wszechświat w największych skalach nie mogą zastosować powszechnie sprawdzonych w fizyce metod statystycznych. Jest tak oczywiście dlatego, że dostępny do badań jest nam tylko jeden fizyczny Wszechświat realizujący obserwowane prawa fizyki i warunki początkowe. Możliwe są jednak do pomyślenia (i są w praktyce realizowane) badania statystycznych własności całej grupy teoretycznych modeli wszechświatów. Potężne metody statystyki są jednak możliwe do zastosowania również w kosmologii mniejszych skal. W istocie dokładne przeglądy nieba dostarczające katalogów galaktyk i ich

gromad przynoszą nam *de facto* informacje *stricte* statystyczne. Jeżeli podzielimy obserwowany Wszechświat na pewną liczbę oddzielnych obszarów to statystyka zbudowana w ten sposób niesie informację o własnościach struktur materii na wybranych skalach odpowiadających rozmiarom elementarnych obszarów, na jaki podzieliliśmy Wszechświat. Oczywiście im większe skale tym gorszą statystykę uzyskujemy bowiem mamy do dyspozycji mniej elementarnych obszarów. Wszelako na skalach, na których występują obserwowalne wielkoskalowe struktury materii $< 100h^{-1}$ Mpc, dostępna liczba niezależnych obszarów jest jednak wystarczająca by z powodzeniem można było stosować metody statystyczne do opisu tychże struktur.

Do statystycznych miar najczęściej używanych do badania wielkoskalowych struktur Wszechświata należą N –punktowe funkcje korelacyjne zdefiniowane tak, by opisywać własności grupowania się (korelacje) przestrzennego rozkładu obiektów (punktów, galaktyk, hal CM, *et cetera*), widmo mocy, które jest fourierowskim odpowiednikiem dwupunktowej funkcji korelacyjnej i zarazem miarą mocy zaburzeń gęstości na różnych skalach, funkcje prawdopodobieństwa pustek, które mierzą prawdopodobieństwo niezalezienia żadnego obiektu w danej objętości, funkcje prawdopodobieństwa N obiektów (lub odpowiednio rozkładu δ_i kontrastu gęstości) określające szanse na znalezienie dokładnie N obiektów w rozważanej objętości (lub, że kontrast gęstości w takiej objętości jest równy δ_i) oraz różne metody analizy topologicznej, żeby wymienić tylko najpopularniejsze numeryczne obserwable.

Miary takie jak widmo mocy czy funkcja prawdopodobieństwa rozkładu kontrastu gęstości mogą być policzone dla ciągłych pól gęstości. W przypadku pól gęstości modelowanych przez dyskretny zbiór cząstek w symulacjach N -ciałowych aby znaleźć wspomniane obserwable trzeba zastosować odpowiedni algorytm interpolacji pola gęstości z rozkładu próbujących go cząstek (patrz § 1.6.1). Funkcje korelacyjne oraz funkcje prawdopodobieństwa pustek i N -obektów można znaleźć bezpośrednio analizując dyskretny zbiór cząstek.

2.2.1 Metoda interpolacji gęstości

Aby wyliczyć takie wielkości jak trójwymiarowe widmo mocy fluktuacji bądź funkcja prawdopodobieństwa rozkładu kontrastu gęstości potrzeba znaleźć wartość kontrastu pola gęstości δ dla odpowiednio dużej liczby punktów w domenie obliczeniowej. Widmo mocy opisujące fluktuacje gęstości pola masy w naszych symulacjach definiujemy w zwyczajowo przyjęty sposób jako

$$P(k) = \langle |\delta_{\mathbf{k}}|^2 \rangle, \quad (2.1)$$

gdzie $k = 2\pi/\lambda$ to liczba falowa opisująca dany mod fourierowski odpowiadający skali λ , zaś $|\delta_{\mathbf{k}}|^2$ to odpowiednie amplitudy zaburzeń o wektorach falowych \mathbf{k} . Aby znaleźć wielkości $\delta_{\mathbf{k}}$ odpowiadające dyskretnemu rozkładowi cząstek stosujemy metodę cząstek na siatce. Za funkcję kształtu przyjmujemy funkcję TSC (patrz równanie (1.105)), bowiem zapewnia ona najdokładniejszą interpolację gęstości. Uzyskane pole gęstości obliczone dla wszystkich oczek siatki $\rho(\mathbf{x}_m)$ jest zamieniane na odpowiednie pole kontrastu gęstości

$$\delta(\mathbf{x}_m) = \frac{\rho(\mathbf{x}_m)}{\bar{\rho}} - 1, \quad \bar{\rho} = \frac{m_p N}{V_m M}, \quad (2.2)$$

gdzie $\bar{\rho}$ oznacza gęstość średnią, M to liczba oczek siatki, N to liczba cząstek użytych w eksperymencie, m_p to masa pojedynczej cząstki, zaś V_m to objętość pojedynczej komórki nałożonej siatki. Tak uzyskane przestrzenne pole kontrastu gęstości można za pomocą metody DSTF transformować do odpowiadającego mu pola w przestrzeni Fouriera. Znając wartości $\delta_{\mathbf{k}}$ dla wszystkich oczek siatki, odpowiednie widmo mocy wylicza się poprzez uśrednianie. Tak obliczone widmo mocy jest miarą zaburzeń o wielkościach¹

$$\frac{L}{\sqrt[3]{M}} \leq l \leq L; \quad \text{lub odpowiadających im modów: } \frac{2\pi}{L} \leq k \leq \frac{2\pi}{\sqrt[3]{V_m}}. \quad (2.3)$$

Z definicji funkcje prawdopodobieństwa dystrybucji kontrastu gęstości mierzą prawdopodobieństwo wystąpienia obszaru o kontraście gęstości $d\delta$. Mając rzeczywiste pole kontrastu gęstości $\delta(\mathbf{x}_m)$ można wyliczyć te funkcje, korzystając z ich numerycznego przybliżenia

$$p(d\delta) = \frac{\sum_i^M [\delta_D(\delta_i - d\delta)]}{M}. \quad (2.4)$$

2.2.2 Metoda „zliczeń w komórkach”

By zmierzyć N-punktowe funkcje korelacyjne pola gęstości CM próbkowanego w sposób dyskretny przez zbiór N cząstek, potrzebować będziemy szybkiej i dokładnej metody. Spośród wielu możliwości zdecydowaliśmy się użyć metody polegającej na obliczeniu momentów dystrybucji zliczeń w komórkach (ZWK) [PEEBLES (1980); GAZTANAGA (1994); BAUGH I IN. (1995); BERNARDEAU I IN. (2002)]. J -ty moment centralny zliczeń dystrybucji gęstości próbkowany przez C sferycznych komórek, rzucanych w sposób losowy w domenę obliczeniową, jest dany przez

$$m_j(R) = \frac{1}{C} \sum_{i=1}^C (N_i - \tilde{N})^j, \quad (2.5)$$

¹Zakładamy tutaj, komórki siatki są sześciścianami.

gdzie R oznacza promień komórki we współrzędnych współporuszających się, C to całkowita liczba rzuconych komórek, N_i to liczba cząstek zawartych w i -tej komórce zaś przez \tilde{N} oznaczamy tutaj średnią (oczekiwaną) liczbę zliczeń cząstek dla komórki o promieniu R .

By oszacować zredukowane momenty takiej dystrybucji, wygodnie jest wprowadzić funkcję generującą momenty $M(t)$:

$$M(t) = \sum_{J=0}^{\infty} \frac{m_J}{J!} = \langle e^{t\delta} \rangle. \quad (2.6)$$

Teraz J -ty moment centralny jest wyrażony przez

$$m_J = \left[\frac{d^J}{dt^J} M(t) \right]_{t=0}. \quad (2.7)$$

Kolejne momenty zredukowane będą opisane zatem przez

$$\mu_J = \left[\frac{d^J}{dt^J} \ln M(t) \right]_{t=0}. \quad (2.8)$$

Używając powyższej notacji, możemy zapisać zredukowane momenty dystrybucji zliczeń w komórkach (do $J = 9$) jako (podajemy za pracą [\[GAZTANAGA \(1994\)\]](#))

$$\begin{aligned} \mu_2 &= m_2, \\ \mu_3 &= m_3, \\ \mu_4 &= m_4 - 3m_2^2, \\ \mu_5 &= m_5 - 10m_3m_2, \\ \mu_6 &= m_6 - 15m_4m_2 - 10m_3^2 + 30m_2^3, \\ \mu_7 &= m_7 - 21m_5m_2 - 35m_4m_3 + 210m_3m_2^2, \\ \mu_8 &= m_8 - 28m_6m_2 - 56m_5m_3 - 35m_4^2 \\ &\quad + 420m_4m_2^2 + 560m_3^2m_2 - 630m_2^4, \\ \mu_9 &= m_9 - 36m_7m_2 - 84m_6m_3 - 126m_5m_4 + 756m_5m_2^2 \\ &\quad + 2520m_4m_3m_2 + 560m_3^3 - 7560m_3^2m_2^2. \end{aligned} \quad (2.9)$$

Jeżeli przyjmiemy teraz hipotezę dobrej próbki² (z ang. *fair-sample hypothesis*), to możemy wyrazić uśrednione po objętości J -punktowe funkcje korelacyjne przez

$$\bar{\xi}_J = V_W^{-J} \int_S d\mathbf{x}_1 \dots d\mathbf{x}_J W(\mathbf{x}_1) \dots W(\mathbf{x}_J) \xi_J(\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_J), \quad (2.10)$$

²Zakładamy, że statystyczne uśrednianie jest liczone po różnych realizacjach zaburzeń gęstości i odpowiada różnym pozycjom w dobrej (odpowiedniej) próbce Wszechświata.

gdzie \mathbf{x}_i to współporuszający wektor separacji, $W(\mathbf{x})$ jest funkcją okna o objętości $V_W = \int_S d\mathbf{x}W(\mathbf{x})$, natomiast całka jest po całej przestrzeni S . Na mocy przyjętej hipotezy dobrej próbki $\bar{\xi}_J$ nie zależy od \mathbf{x} , lecz jest funkcją tylko wybranego okna, lub wyrażając się bardziej ściśle jego objętości V_W [PEEBLES (1980)]. Możemy obliczyć uśrednione po objętości funkcje korelacyjne, dzieląc równania na momenty zredukowane (2.9) przez \tilde{N}^J . Zatem J -ta uśredniona po objętości funkcja korelacyjna jest równa

$$\bar{\xi}_J = \mu_J \tilde{N}^{-J}. \quad (2.11)$$

Z uwagi na dyskretną naturę dystrybucji skończonej liczby cząstek równanie (2.11) jest dobrym estymatorem $\bar{\xi}_J$ na skalach, gdzie obowiązuje granica przybliżenia ciągłego płynu przez zbiór cząstek. Ten warunek jest spełniony dla $\tilde{N} \gg 1$. Toteż dla małych wartości \tilde{N} lub odpowiednio dla skal porównywalnych ze średnią odległością międzycząstkową symulacji wartość $\mu_J \tilde{N}^{-J}$ będzie zdominowana przez wkład od szumu śrutowego. Aby częściowo uwzględnić ten efekt i odzyskać informację zawartą w funkcjach korelacyjnych na małych skalach posłużymy się metodą opisaną przez Gaztañaga'ę (szczegóły w dodatku pracy [GAZTANAGA (1994)]), w której to funkcja generująca momenty dla modelu Poissona jest użyta, by wyliczyć wkład szumu śrutowego. Funkcja ta jest postaci (rozdział 33 w [PEEBLES (1980)])

$$M_{Poisson}(t) = M(e^t - 1). \quad (2.12)$$

Używając równań (2.7) i (2.8) analogicznie znajdujemy wzory na momenty zredukowane dystrybucji ZWK z poprawką na wkład szumu śrutowego

$$\begin{aligned} k_2 &= \mu_2 - \tilde{N}, \\ k_3 &= \mu_3 - 3k_2 - \tilde{N}, \\ k_4 &= \mu_4 - 7k_2 - 6k_3 - \tilde{N}, \\ k_5 &= \mu_5 - 15k_2 - 25k_3 - 10k_4 - \tilde{N}, \\ k_6 &= \mu_6 - 31k_2 - 90k_3 - 65k_4 - 15k_5 - \tilde{N}, \\ k_7 &= \mu_7 - 63k_2 - 301k_3 - 350k_4 - 140k_5 - 21k_6 - \tilde{N}, \\ k_8 &= \mu_8 - 127k_2 - 966k_3 - 1701k_4 - 1050k_5 - 266k_6 \\ &\quad - 28k_7 - \tilde{N}, \\ k_9 &= \mu_9 - 255k_2 - 3025k_3 - 7770k_4 - 6951k_5 - 2646k_6 \\ &\quad - 462k_7 - 36k_8 - \tilde{N}. \end{aligned} \quad (2.13)$$

W końcu uśrednione po objętości J -punktowe funkcje korelacyjne z poprawkami na szum śrutowy możemy zapisać jako

$$\bar{\xi}_J = k_J \tilde{N}^{-J}. \quad (2.14)$$

Użyjemy opisanych powyżej relacji by wyliczyć funkcje $\bar{\xi}_J$ do $J = 9$ opisujące rozkład cząstek w naszych kosmologicznych symulacjach N -ciałowych.

2.2.3 Błędy pomiaru metody ZWK

Postaramy się teraz oszacować błąd wyznaczenia związany z estymacją N -punktowych funkcji korelacyjnych metodą zliczeń w komórkach. Ze względu na bardzo wysokie koszty obliczeniowe zdecydowaliśmy się stosować całkowitą liczbę komórek użytych do estymacji m_J , która zmienia się w sposób dynamiczny wraz ze skalą na jakiej próbujemy momenty. Ustalamy to skalowanie się liczby komórek na zgodne z

$$C(R) \propto \left(\frac{L}{R}\right)^3, \quad (2.15)$$

gdzie $C(R)$ jest liczbą komórek użytych w estymacji momentów na współporuszającej się odległości R , zaś L jest współporuszającą się długością pudła symulacyjnego. Dla najmniejszych badanych skal użyliśmy $C = 10^6$ liczby komórek rozrzuconych losowo w domenie obliczeniowej. Natomiast dla największych badanych skal liczba użytych komórek była nie mniejsza niż $C = 10^5$. Pomiedzy tymi dwiema odległościami liczba komórek C była obliczona odpowiednio do równania (2.15). Ograniczenie liczby komórek użytych w procedurze estymacji momentów odbywa się kosztem rosnących błędów estymacji a zyskiem czasu potrzebnego do dokonania obliczeń. Ponieważ błąd pomiaru (estymacji) momentów zredukowanych związany z użyciem skończonej liczby komórek skaluje się jak C^{-1} [SZAPUDI I COLOMBI (1996)], to wprowadzone przez nas ograniczenie na całkowitą liczbę próbkujących komórek C niechybnie zwiększy błędy immanentnie związane z numerycznym pomiarem k_J . Z uwagi na powyższe spostrzeżenie w niniejszej rozprawie posłużymy się odchyleniem standardowym jako uniwersalną miarą zmienności i błędów momentów centralnych, wyznaczonym poprzez uśrednianie po zespołach symulacji. Posłużymy się odchyleniem standardowym wartości średniej J -tej funkcji korelacyjnej $\langle \bar{\xi}_J \rangle$, zdefiniowanym jako

$$\sigma = \sqrt{\text{Var}[\bar{\xi}_J]} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^I (\bar{\xi}_J^i - \langle \bar{\xi}_J \rangle)^2}{I}}, \quad (2.16)$$

gdzie I to liczba realizacji w zespole symulacji użyta do wyznaczenia $\bar{\xi}_J$. Odchylenie standardowe średniej z zespołu uzyskanej poprzez uśrednianie wartości pomiędzy symulacjami jest ostrożnym oszacowaniem błędów. Jest tak dlatego, że wariancja z próby jest większa dla różnych realizacji wewnątrz ansamblów symulacji od błędów pomiarowych związanych ze skończoną liczbą próbkujących komórek [BAUGH I IN. (1995)].

2.2.4 Symulacje numeryczne

Tablica 2.1: Parametry symulacyjne i kosmologiczne występujące w zespołach symulacji. Nr oznacza liczbę losowych realizacji tego samego początkowego widma mocy $P(k)$, β i r_s [h^{-1} Mpc] to użyte w zespole symulacji parametry modelu ReBEL, L oznacza długość pudła obliczeniowego (w h^{-1} Mpc), z_{wp} to poczerwienienie warunków początkowych symulacji, Ω_m i Ω_Λ określają bezwymiarowe parametry gęstości odpowiednio materii i stałej kosmologicznej dla chwili obecnej $z = 0$, σ_8 to amplituda fluktuacji gęstości w sferze o promieniu $8h^{-1}$ Mpc, h oznacza obecną wartość bezwymiarowego parametru Hubble’a, m_p to masa cząstki podzielona przez $10^{10}h^{-1}M_\odot$, ε to uzyskana rozdzielczość sił (w h^{-1} kpc) i w końcu przez l oznaczyliśmy tutaj średnią odległość międzycząstkową danego zespołu symulacji (w h^{-1} Mpc), zaś N_{cz} to liczba cząstek użytych w eksperymencie.

zespół	Nr	β	r_s	L	z_{wp}	Ω_m	Ω_Λ	σ_8	h	m_p	ε	l	N_{cz}
1024SCDM	10	0	0	1024	35	1,0	0,0	1,0	0,5	1776	924	4	256^3
180LCDM	8	0	0	180	40	0,3	0,7	0,8	0,7	2,89	168	0,7	256^3
180B-05RS1	8	-0,5	1	180	40	0,3	0,7	0,8	0,7	2,89	168	0,7	256^3
180B02RS1	8	0,2	1	180	40	0,3	0,7	0,8	0,7	2,89	168	0,7	256^3
180B1RS1	8	1	1	180	40	0,3	0,7	0,8	0,7	2,89	168	0,7	256^3
360LCDM	5	0	0	360	30	0,3	0,7	0,8	0,7	23,2	168	1,4	256^3
360B1RS1	5	1	1	360	30	0,3	0,7	0,8	0,7	23,2	168	1,4	256^3
512LCDM	5	0	0	512	30	0,3	0,7	0,8	0,7	66,6	280	2	256^3
512B02RS1	5	0,2	1	512	30	0,3	0,7	0,8	0,7	66,6	280	2	256^3
512B1RS1	5	1	1	512	30	0,3	0,7	0,8	0,7	66,6	280	2	256^3
TEST1Z60	10	0	0	90	60	0,3	0,7	0,8	0,7	23,2	700	1,4	64^3
TEST1Z30	10	0	0	90	30	0,3	0,7	0,8	0,7	23,2	700	1,4	64^3
TEST2Z60	10	1	1	90	60	0,3	0,7	0,8	0,7	23,2	700	1,4	64^3
TEST2Z30	10	1	1	90	30	0,3	0,7	0,8	0,7	23,2	700	1,4	64^3
180LCDM+B	2	0	0	180	60	normalizacja WMAP07 ^a				^b	180	0,7	2×256^3
180B1RS05+B	2	1,0	0,5	180	60	jw				jw	180	0,7	2×256^3
180B05RS1+B	2	0,5	1,0	180	60	jw				jw	180	0,7	2×256^3
180B1RS1+B	2	1,0	1,0	180	60	jw				jw	180	0,7	2×256^3

^ajak w pierwszej kolumnie tablicy 1.1 w rozdziale 1

^bmasa cząstki CM wynosi $m_{cm} = 2,09 \times 10^{10}h^{-1}M_\odot$, zaś masa cząstki gazu barionowego $m_b = 0,43 \times 10^{10}h^{-1}M_\odot$

W tym paragrafie opiszemy zespoły komputerowych symulacji kosmologicznych, których wyniki użyjemy do analizy pola gęstości ciemnej materii w modelu ReBEL. Warunki początkowe dla każdej symulacji zostały przygotowane według procedury opisanej

w § 1.6.4. Każda symulacja zawiera cząstki próbujące tylko pole gęstości CM. Zespoły symulacji zostały odpowiednio oznaczone etykietami, liczby na początku każdej etykiety oznaczają wielkość użytego pudła symulacyjnego wyrażoną we współrzędnych współporuszających, następnie litery i cyfry oznaczają odpowiedni model kosmologiczny. LCDM oznacza standardowy model kosmologiczny ze stałą kosmologiczną, SCDM oznacza model wszechświata Einsteina-de Sittera, litera B i następująca po niej liczba oznacza wartość parametru β danego modelu ReBEL, zaś liczba po literach RS oznacza współporuszającą długość ekranowania. Zatem zespół symulacji oznaczony przez na przykład **360B1RS1** oznacza symulacje wykonane w ramach modelu ReBEL z parametrami $\beta = 1$, $r_s = 1h^{-1}$ Mpc w pudle symulacyjnym o długości boku $360h^{-1}$ Mpc. Zespoły symulacji oznaczone jako TEST1 i TEST2 zawierają mniejszą liczbę cząstek i zostaną użyte do badania efektów przejściowych (z ang. *transients*) związanych ze stosowaniem przybliżenia Zeldowicza podczas tworzenia warunków początkowych. Ewolucja czasowa pola gęstości została zapisana w serii plików zawierających rozkład cząstek symulacji dla danej chwili czasu. Pliki z symulacjami zawierającymi 256^3 cząstek zostały zapisane dla poczerwienień 5; 2; 1; 0,5; 0. Zapisane pola gęstości dla różnych redshiftów i stworzone z nich katalogi posłużą nam do zbadania dynamiki zmian w strukturach CM wprowadzanych przez model ReBEL. W tablicy 2.1 zebraliśmy wszystkie istotne parametry opisujące model kosmologiczny i numeryczne własności zespołów symulacji, których wyniki opiszemy w tym rozdziale. We wszystkich symulacjach poza seriami 1024SCDM kosmologicznym modelem tła był kanoniczny model Λ CDM z podstawowymi parametrami równymi: $\Omega_m = 0,3$; $\Omega_\Lambda = 0,7$; $\sigma_8 = 0,8$ i $h = 0,7$, odpowiadające tym parametrom widmo mocy zostało użyte do wyznaczenia początkowych prędkości i położeń cząstek.

Zespół symulacji oznaczony jako 1024SCDM opisuje rozwój wielkoskalowych struktur w modelu Standardowej Zimnej Ciemnej Materii (z ang. *the Standard Cold Dark Matter* - SCDM) w którym $\Omega_m = 1$ (wszechświat Einsteina-de Sittera). Obecnie model SCDM jest silnie wykluczany (względem LCDM) przez dane ze wszystkich nowych obserwacji astronomicznych [NESSERIS I PERIVOLAROPOULOS (2004); GOVERNATO I IN. (1999); WHITE I IN. (1993); BERTSCHINGER I JUSZKIEWICZ (1988); FELDMAN I IN. (2003); JUSZKIEWICZ I IN. (2000); RIESS I IN. (1998); PERLMUTTER I IN. (1999)]. Symulacjami 1024SCDM posłużymy się tylko do przetestowania poprawności i dokładności naszych metod numerycznych użytych do estymacji dystrybucji ZWK. Model SCDM jest bardzo dogodny do tego właśnie celu z uwagi na to, iż został on szczegółowo przebadany pod tym kątem [SZAPUDI I IN. (1999); BAUGH I IN. (1995); PEEBLES (1980); WHITE I FRENK (1991); GAZTANAGA I FRIEMAN (1994)].

W tablicy 2.1 pojawia się zespół symulacji oznaczony jako 180B-05RS1. W tym zespole model ReBEL występuje z parametrem $\beta = -0,5$. Ujemna wartość parametru β oznacza efektywne osłabienie oddziaływań na skalach $r \lesssim r_s$. Takie zachowanie nie ma motywacji zarówno fizycznej jak i obserwacyjnej. Symulacje te zostaną wykorzystane tylko do celów porównawczych i testowych.

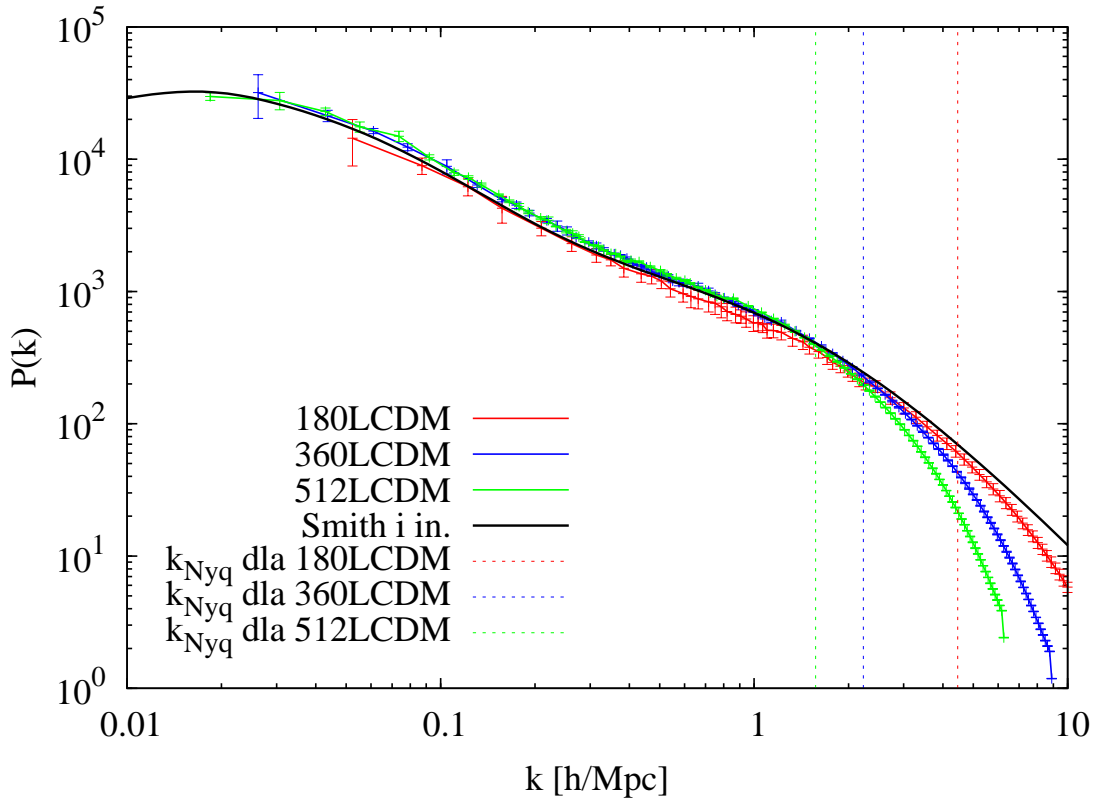
W naszych symulacjach przeprowadzonych w pudle o boku $180h^{-1}$ Mpc cząstka CM nie- sie masę $2,89 \times 10^{10} h^{-1} M_{\odot}$, zatem halo CM o masie typowej galaktyki ($\sim 10^{12} h^{-1} M_{\odot}$) będzie się składać z około stu cząstek. Jest to liczba zbyt mała, by poprawnie, za wyjątkiem masy i promienia, opisać fizyczne własności hala CM. Jest ona jednak wystarczająca by z rozsądną dokładnością śledzić nieliniową ewolucję pola gęstości CM aż do galaktycznych skal odległości. Zatem jako głównych narzędzi do badania własności pól CM w modelu ReBEL użyjemy symulacji 180LCDM, 180B-05RS1, 180B02RS1, 180B1RS1. Etykiety, na których końcu widnieje „+B” oznaczają symulacje, w których poza ciemną materią uwzględniono również gaz barionowy. Symulacje te dokładniej opiszemy w podrozdziale §2.4. Pozostałe symulacje opisane w tablicy 2.1 posłużą nam do dodatkowej analizy.

2.2.5 Testy metod estymacji

W celu przetestowania zaimplementowanych przez nas metod posłużymy się widmem mocy oraz dwoma pierwszymi momentami rozkładu gęstości, czyli wariancją (dwupunktową funkcją korelacyjną) oraz trójpunktową funkcją korelacyjną. Od tej pory aż do końca tego rozdziału przyjmujemy, że (o ile nie jest to wyraźnie zaznaczone w tekście lub rysunku) prezentowane wykresy i wyniki dotyczą ostatniego kroku symulacji N-ciałowych odpowiadającemu chwili obecnej $z = 0$ ($a = 1$).

Test $P(k)$

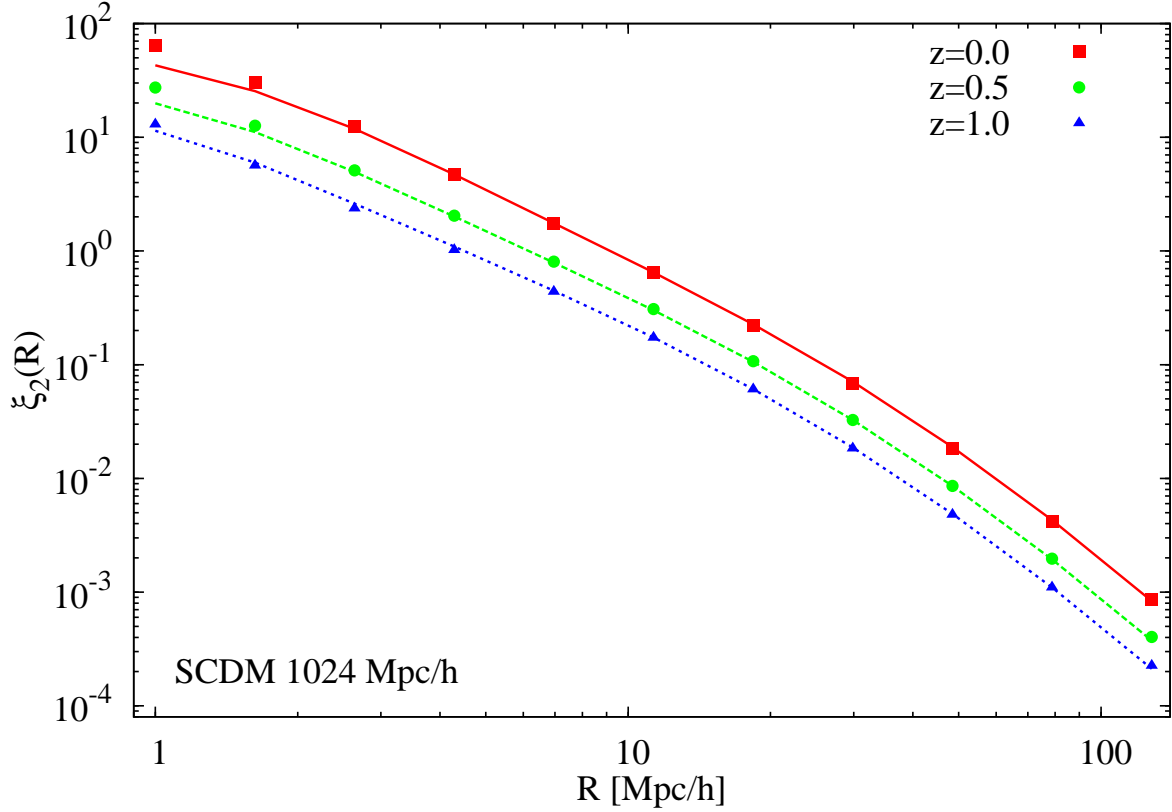
Nasza implementacja metody interpolacji gęstości na siatce będzie poprawna, jeżeli zmierzone przez nas widmo mocy fluktuacji CM w symulacji 180LCDM będzie miało poprawny kształt i amplitudę zgodne z teoretycznym widmem mocy. Obliczyliśmy widmo mocy we wszystkich symulacjach zespołów 180LCDM, 360LCDM i 512LCDM. Uśredniony wynik razem ze słupkami błędów odpowiadającymi rozrzutowi 1σ prezentujemy na rysunku 2.1 jako krzywe o kolorach odpowiednio czerwonym, niebieskim i zielonym. Na tym samym rysunku naniesiono również teoretyczne widmo mocy Λ CDM obliczone dla parametrów kosmologicznych użytych w tych symulacjach wraz z nieliniowymi poprawkami. Widmo teoretyczne obliczyliśmy korzystając z formuły podanej przez [\[SMITH I IN. \(2003\)\]](#).



Rysunek 2.1: Porównanie teoretycznego (kolor czarny) i zmierzonych (kolor czerwony, niebieski i zielony) widm mocy fluktuacji zaburzeń gęstości CM dla symulacji 180LCDM, 360LCDM i 512LCDM. Pionowe linie przerywane oznaczają graniczne liczby falowe Nyquista.

Odpowiada mu krzywa o czarnym kolorze. Jak widzimy, zmierzone numerycznie widmo mocy doskonale zgadza się z przewidywanym w znakomitym zakresie liczb falowych k . Odbieganie krzywych obserwujemy dopiero dla dużych wartości $k > k_{Nyq}$. Na skalach bliskich częstości Nyquista i większych ($k_{Nyq} = 4,46; 2,23; 1,57$ odpowiednio dla zespołów 180LCDM, 360LCDM i 512LCDM) mamy do czynienia z silnie nieliniowymi zaburzeniami i na wynik zaczynają wpływać efekty związane z dyskretnym próbkowaniem ciągłego pola gęstości. Niemniej zgodność zmierzonego $P(k)$ z widmem teoretycznym jest bardzo dobra, zwłaszcza jeżeli uwzględnimy, że poprawność formuły Smitha i jego współpracowników nie została dobrze zbadana dla wysoce nieliniowych skal. Co więcej, amplitudy widma mocy zaburzeń gęstości w symulacjach o różnych rozmiarach pudła są ze sobą zgodne dla liczb falowych reprezentujących mody poprawnie opisane przez rozkład cząstek. Przedstawiony test pozwala nam uznać naszą implementację interpolacji pola gęstości za w pełni poprawną.

Test wariancji



Rysunek 2.2: Porównanie estymatorów wariancji σ^2 w zespole symulacji 1024SCDM wyliczonych za pomocą metody ZWK (wypełnione kwadraty, koła i trójkąty) oraz poprzez scałkowanie widma mocy (linie ciągła, kreskowana i kropkowana). Pokazane zostały wykresy dla trzech różnych poczerwienień.

Drugi moment rozkładu gęstości jest powszechnie używany jako miara średniej kwadratowej fluktuacji pola gęstości materii na danej skali:

$$\sigma^2(R_W) = \bar{\xi}_2(R_W), \quad (2.17)$$

gdzie R_W jest współporuszającym się promieniem funkcji okna. Jako innego estymatora wariancji możemy użyć równania, które wyraża σ^2 poprzez widmo mocy fluktuacji gęstości $P(k)$ [PEEBLES (1980)]

$$\bar{\xi}_2(R_W) = \sigma^2(R_W) = \frac{1}{2\pi^2} \int_0^\infty dk \, k^2 P(k) W^2(kR_W), \quad (2.18)$$

gdzie k jest liczbą falową we współrzędnych współporuszających się. Na funkcję okna wybieramy funkcję filtra sferycznego (z ang. *spherical top-hat*), która wydaje się tutaj ade-

kwatna z uwagi na fakt, iż do próbkowania momentów centralnych używamy również sferycznych komórek. Transformata Fouriera filtra sferycznego zdefiniowanego jak w równaniu (B.2) ma postać

$$W(kR_W) = 3 \frac{\sin(kR_W) - kR_W \cos(kR_W)}{(kR_W)^3}. \quad (2.19)$$

Jak już wspomnieliśmy, z uwagi na dyskretną naturę zbioru cząstek oraz skończone rozmiary pudła symulacyjnego dany rozkład cząstek nie opisuje zaburzeń gęstości na skalach mniejszych od średniej odległości międzycząstkowej l oraz na skalach większych niż rozmiar pudła L . Zatem konieczne jest wprowadzenie odpowiednich granic w całce (2.18) by poprawnie wyliczyć wariancję pola gęstości w domenie obliczeniowej. Dolna i górna granica będą odpowiednio

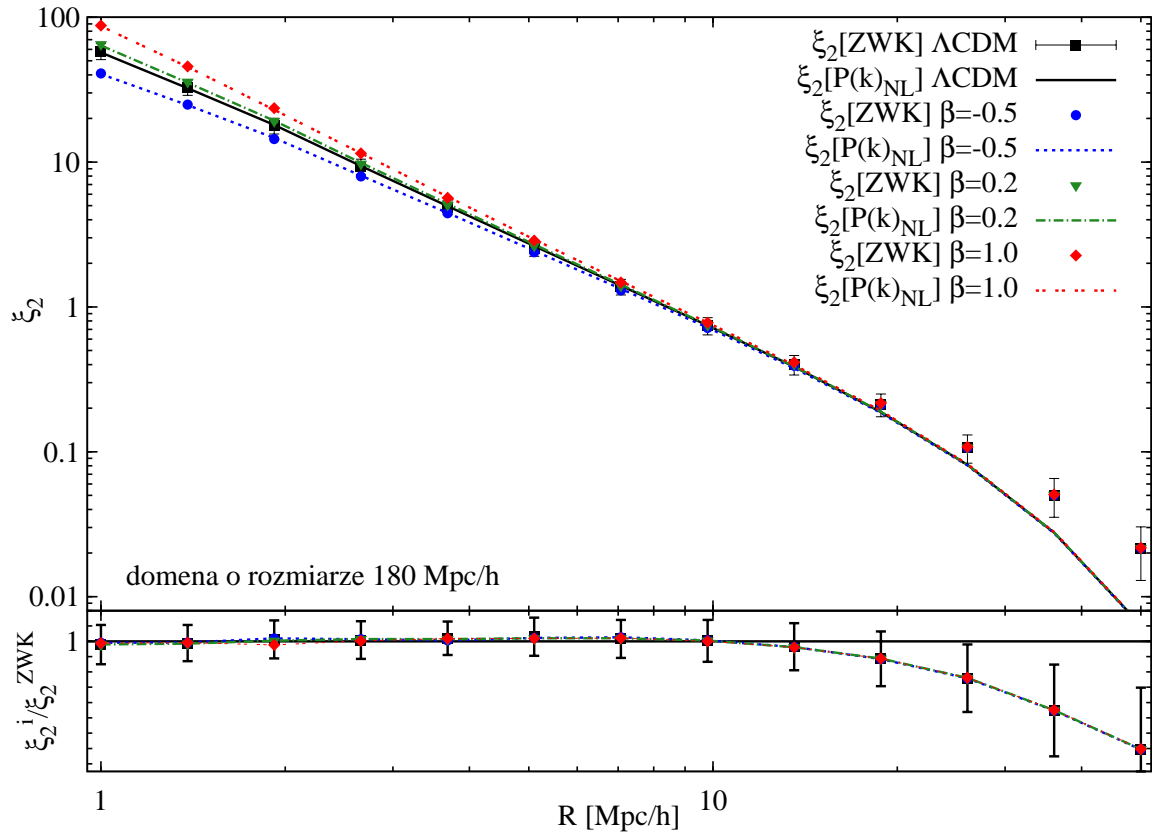
$$k_L = \frac{2\pi}{L}, \quad k_{Nyq} = k_L \frac{N^{1/3}}{2}, \quad (2.20)$$

tutaj L to współporuszająca się długość pudła symulacji, N to całkowita liczba cząstek użytych w eksperymencie, zaś k_{Nyq} oznacza liczbę falową Nyquista.

Zmierzyliśmy nieliniowe³ widma mocy dla wszystkich symulacji opisanych w tablicy 2.1, jednak do testu równania (2.18) użyjemy danych z zespołów symulacji 1024SCDM, 180LCDM, 180B-05RS1, 180B02RS1, 180B1RS1. Na rysunku 2.2 ilustrujemy porównanie wariancji $\sigma^2(R)$ wyznaczonych za pomocą równań (2.14) i (2.18) dla trzech różnych momentów ewolucji $z = 0; 0.5; 1$ pola gęstości w symulacjach 1024SCDM. Dla tego zespołu $k_{Nyq} \cong 0.785$, co odpowiada skali $R \sim 8h^{-1}$ Mpc. Toteż obszary na rys. 2.2 znajdujące się na osi odciętych pomiędzy $1h^{-1}$ Mpc $< R < 8h^{-1}$ Mpc są mocno narażone na zakłócenia pochodzące od szumu śrutowego. Pomimo tego zgodność obu różnych estymatorów wariancji jest bardzo dobra aż do odległości rzędu $3h^{-1}$ Mpc, która z kolei odpowiada średniej odległości międzycząstkowej w zespole 1024SCDM.

Zmienione prawo oddziaływania w modelu ReBEL wprowadza zmiany w dynamice pola gęstości CM. By mieć pewność, że wybrana przez nas metoda estymacji momentów nie jest w żaden sposób obciążona względem efektów wprowadzanych przez model ReBEL, musimy sprawdzić, czy efekty te są w jednakowy sposób odzwierciedlane przez dwa różne estymatory wariancji. Do celów tego porównania sporządziliśmy rysunek 2.3. Na górnym wykresie tego rysunku prezentujemy dyskutowane tutaj estymatory wariancji $\bar{\xi}_2(R)$. Krzywe odpowiadają wartościom wariancji obliczonym z równania (2.18), zaś punkty oznaczają wartości wariancji wynikające z równania (2.14). Do celów łatwiejszego porównania na

³Poprzez nieliniowe mamy na myśli widma mocy wyliczone bezpośrednio z rozkładu cząstek CM w przeciwieństwie do liniowych widm mocy uzyskiwanych przy pomocy analitycznych funkcji transferu.



Rysunek 2.3: Górny wykres. Porównanie różnych estymatorów wariancji dla ansambli w pudele $180h^{-1}$ Mpc. Linie ciągłe, kreskowane, kreskowano-kropkowane i kropkowane odpowiadają wariancji wyliczonej z równania (2.18) dla symulacji 180LCDM, 180B-05RS1, 180B02RS1 i odpowiednio 180B1RS1. Symbole wypełnionych kwadratów, kół, trójkątów i rombów oznaczają wariancję obliczoną metodą zliczeń w komórkach. Dla przejrzystości słupki błędów zostały naniesione tylko dla przypadku 180LCDM, odpowiadają one jednemu odchyleniu standardowemu od średniej po zespole. Dolny wykres. Stosunki wariancji wyliczonych z widm mocy do wariancji wyznaczonych za pomocą ZWK pokazane dla danych z górnego wykresu.

rysunku umieściliśmy również dolny wykres, gdzie nanieśliśmy bezpośredni stosunek wartości dwóch różnych estymatorów dla tego samego zespołu symulacji. Odnotowujemy, że dla małych skal (aż do najmniejszej zmierzonej skali $1h^{-1}$ Mpc) wartości wariancji zmierzone różnymi metodami zgadzają się ze sobą dla każdego zespołu symulacji. Obecność „piątej” siły w dynamice CM wpływa tak samo na wartości wariancji pola zaburzeń gęstości uzyskane dwiema różnymi metodami. Odnotować musimy jednak także to, że wartości zmierzonej wariancji przestają się zgadzać ze sobą począwszy od skal $\sim 20h^{-1}$ Mpc (to jest

około 1/10 długości użytego pudła). Wariancja policzona przez całkowanie widma mocy okazuje się mniejsza niż ta zmierzona bezpośrednio metodą ZWK. Jednak ponownie, kształt i początek niezgodności jest uniwersalnie zachowany dla wszystkich zespołów symulacji. Niedośzacowanie wariancji z równania (2.18) wynika z malejącej liczby elementów pola objętości odpowiadające modom Fouriera na tych skalach. W metodzie ZWK na skalach $R \sim 20h^{-1}$ Mpc liczba komórek użytych do estymacji wynosi 10^5 , podczas gdy w metodzie interpolacji gęstości liczba elementów pola objętości jest rzędu 10^3 . Na tych skalach w polu gęstości CM dominującymi objętościowo obiektami są pustki kosmiczne, a zatem obszary o kontraście gęstości $\delta < 0$. Stosunkowa mała liczba elementarnych obszarów pojawiająca się w metodzie interpolacji na skalach $R > 20h^{-1}$ Mpc powoduje, że w mierzonym sygnale obszary pustek zaczynają szybciej dominować niż w metodzie ZWK. Niemniej ostateczna konkluzja naszych rozważań dotyczących estymatorów wariancji jest taka, że nasza implementacja metody ZWK osiąga tak samo dobrą czułość zarówno w pomiarach symulacji SMK jak i w symulacjach oddziałującej skalarnie CM.

Test S_3

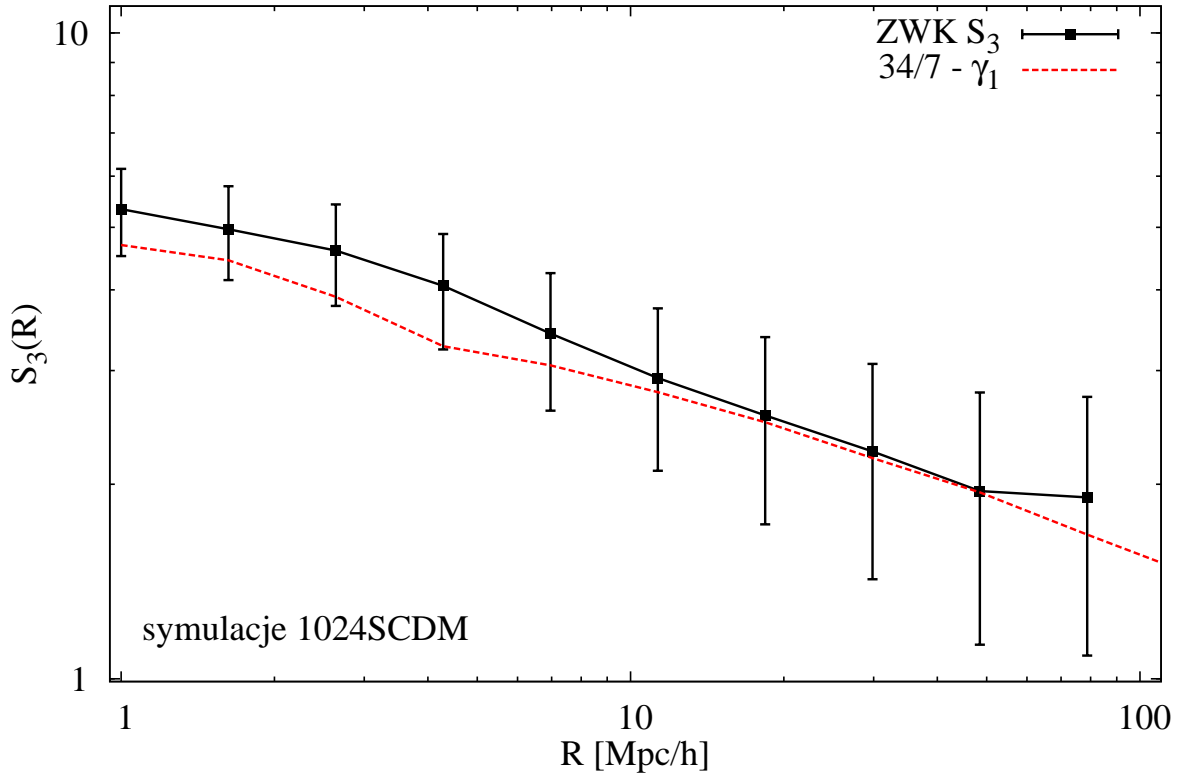
Jest powszechnie wiadomym, że dwupunktowa statystyka nie śledzi dobrze subtelnych zmian w polu gęstości. Toteż, by dokładniej sprawdzić czy zmodyfikowana fizyka naszego modelu nie wpływa na dokładność estymacji momentów metodą ZWK musimy posilko-
wać się analizą funkcji korelacyjnych wyższych rzędów. Na obiekt naszej dalszej analizy wybieramy zredukowany trzeci moment rozkładu gęstości, czyli skośność. Skorzystamy w przyjętej powszechnie w kosmologii definicji skośności S_3 w postaci:

$$S_3 = \frac{\bar{\xi}_3}{\bar{\xi}_2^2} = \sigma^{-4} \bar{\xi}_3 \quad (2.21)$$

Skośność pola gęstości pojawiająca się na skutek standardowej ewolucji grawitacyjnej została dobrze zbadana metodami rachunku zaburzeń (RZ) w granicy słabo-nieliniowej [PEEBLES (1980); JUSZKIEWICZ I IN. (1993A); BERNARDEAU (1994)]. Możemy posłużyć się tymi badaniami by w pierwszym przybliżeniu sprawdzić dokładność naszej estymacji trzypunktowej funkcji korelacyjnej. Juskiewicz i inni w pracy [JUSZKIEWICZ I IN. (1993A)] pokazali, że S_3 pola gęstości wygładzonego funkcją filtra sferycznego przyjmuje wartość

$$S_3 = \frac{34}{7} + \gamma_1, \quad (2.22)$$

gdzie 34/7 jest dobrze znanym wynikiem dla pola niewygładzonego [PEEBLES (1980)], zaś γ_1 to logarytmiczny wykładnik nachylenia krzywej wariancji (widma mocy), zdefiniowane



Rysunek 2.4: Skośność S_3 zmierzona w zespole 1024SCDM. Czarna ciągła krzywa odpowiada amplitudzie S_3 zmierzonej bezpośrednio przy pomocy ZWK i równania (2.21). Czerwona kreskowana linia odpowiada wartości skośności obliczonej w ramach rachunku zaburzeń (równanie (2.22)). Słupki błędów odpowiadają maksymalnemu odchyleniu standardowemu średniej z zespołu.

jako

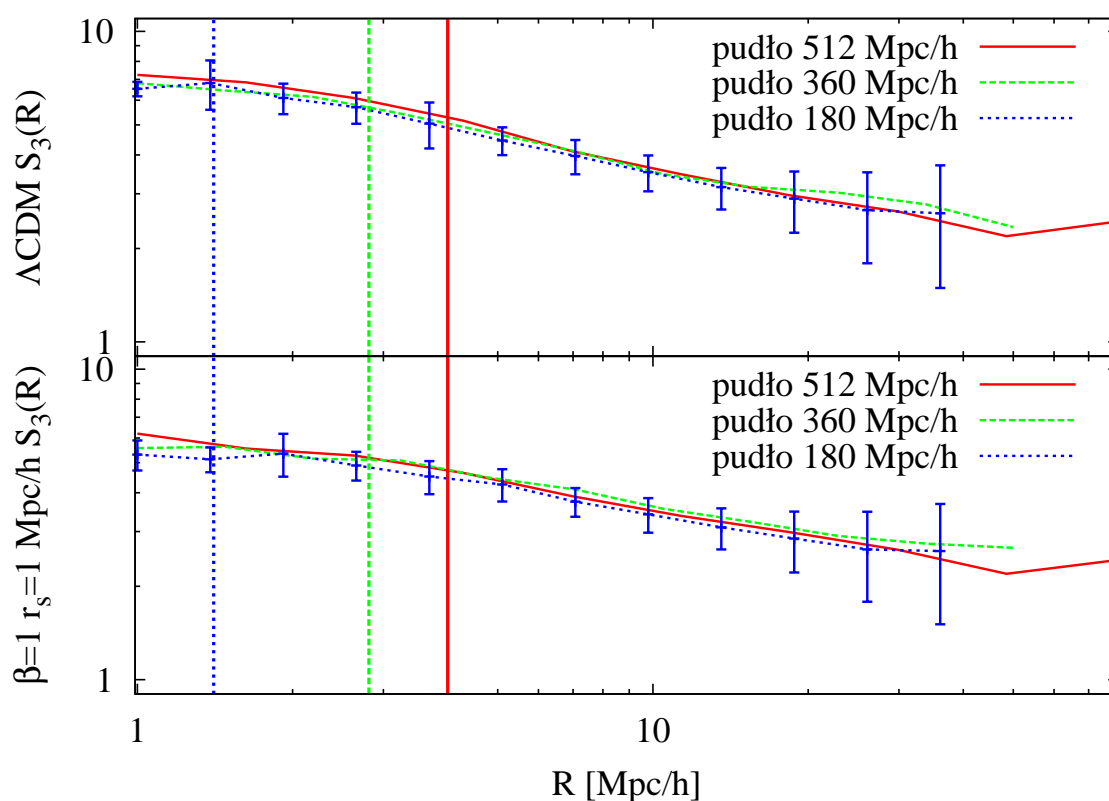
$$\gamma_1 = -(n + 3) = \frac{d \log \sigma^2(R)}{d \log R}. \quad (2.23)$$

Tutaj n to nachylenie widma mocy dla skal R .

Na rysunku 2.4 umieściliśmy wartości S_3 obliczone dla zespołu 1024SCDM dwiema różnymi metodami. Czarna ciągła linia odpowiada skośności zmierzonej bezpośrednio z równania (2.21) metodą ZWK, czerwona kreskowana linia odpowiada wartościom S_3 przewidzianym na podstawie RZ i równania (2.22). Do znalezienia wartości γ_1 użyliśmy wcześniej wyliczonych wartości nieliniowego $P(k)$ wycalkowanego z odpowiednią funkcją okna. Odpowiednie wyprowadzenie wzorów na γ_1 przedstawiamy w dodatku B (równanie (B.24)). Słupki błędów naniesione na wykres odpowiadają jednemu maksymalnemu odchyleniu standardowemu od średniej po zespole symulacji 1024SCDM. Analiza wykresów widocznych

na rysunku 2.4 upewnia nas, że dwa porównane estymatory skośności zgadzają się ze sobą bardzo dobrze dla słabo nieliniowych i liniowych skal $8h^{-1} \text{ Mpc} < R < 100h^{-1} \text{ Mpc}$. Na skalach $R < 8h^{-1} \text{ Mpc}$ efekty nieliniowe stają się znaczące i skośność przewidziana przez RZ jest niedoszacowana. Niemniej nawet na tych skalach zgodność obu krzywych jest zadowalająca w zakresie 1σ . Wyniki przedstawione tutaj przez nas potwierdzają wyniki badań wielu innych autorów [JUSZKIEWICZ I IN. (1993A); BAUGH I IN. (1995); SZAPUDI I IN. (1999)].

Test rozmiarów pudła



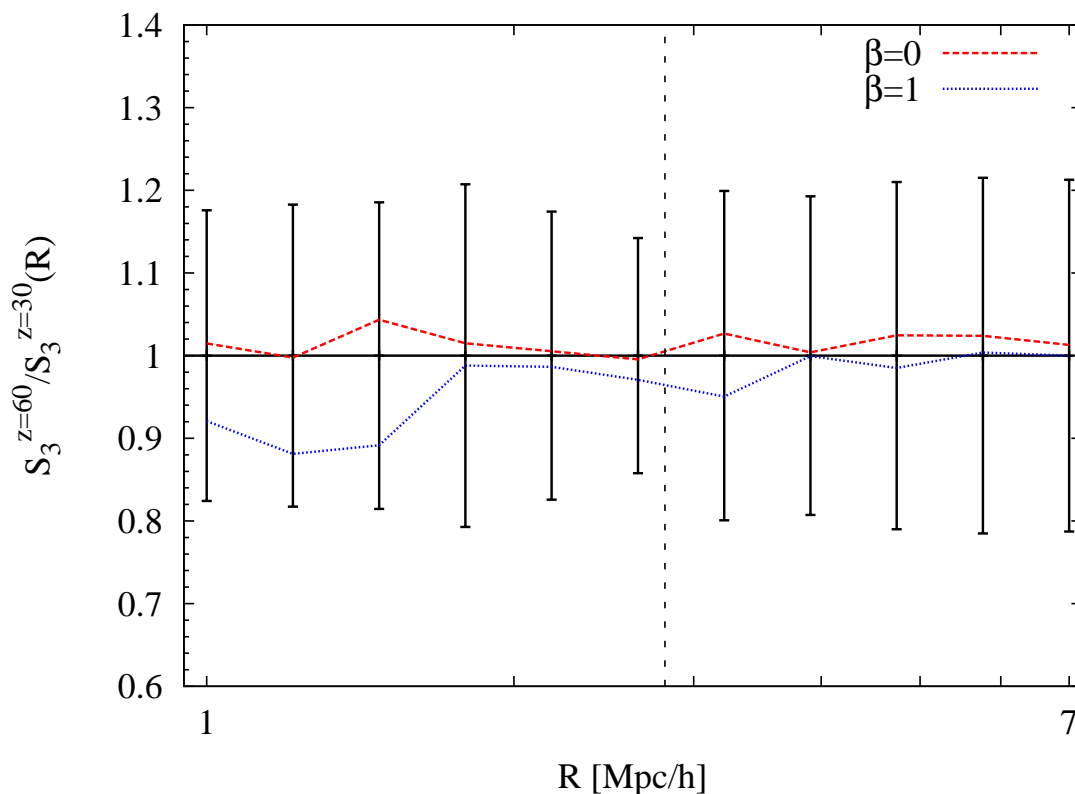
Rysunek 2.5: Porównanie skośności pola gęstości zmierzonej w zespołach symulacji o różnych rozmiarach pudła. Na górnym wykresie umieszczone zostały wyniki dla modelu ΛCDM . Na dolnym wykresie narysowaliśmy wyniki pomiarów w zespołach symulacji z oddziaływaniem skalarnym opisanym przez parametry $\beta = 1$, $r_s = 1h^{-1} \text{ Mpc}$. Pionowe linie odpowiadają wartościom $2\pi/k_{Nyq} \sim 2l$ odpowiednio dla każdej użytej długości pudła. Słupki błędów pokazują błędy 1σ policzone dla zespołów 180LCDM i 180B1RS1.

Wpływ użycia w symulacjach pudła o skończonych rozmiarach na statystykę pola gęstości wielkoskalowych struktur został dobrze poznany [COLOMBI I IN. (1994); BAGLA I RAY

(2005)]. Jednak dla większości przedstawionych w tym rozdziale wyników naukowych te efekty mają minimalne znaczenie. Jest tak dlatego, że skupimy się tutaj na bezpośrednim porównaniu pomiędzy obserwablami policzonymi dla kanonicznego modelu Λ CDM a tymi zmierzonymi w badanych modelach ReBEL. Tak długo, jak jakiegokolwiek нефизyczne efekty pojawiające się na skutek numerycznych artefaktów będą w taki sam sposób wpływać na mierzone wielkości w obu modelach, tak długo nasza analiza będzie poprawna. Musimy jednakże pamiętać, że zajmujemy się tutaj modyfikacjami modelu Λ CDM zawierającymi zmodyfikowaną fizykę ciemnej materii, która wprowadza nową fundamentalną fizyczną skalę - długość ekranowania r_s . Relacja pomiędzy długością pudła symulacji L a długością ekranowania badanego modelu r_s jest nowym czynnikiem. Wpływ tego czynnika na dokładność numeryczną odwzorowywania zmodyfikowanej dynamiki pola gęstości CM oraz na dokładność naszej metody estymacji momentów nie jest do końca jasny. By sprawdzić czy ten nowy czynnik ma jakiegokolwiek mierzalny wpływ na dystrybucję zliczeń w komórkach, porównamy konwergencję wartości S_3 zmierzonych w symulacjach z różnymi wielkościami pudła. Porównanie tych pomiarów umieściliśmy na rysunku 2.5, gdzie rysujemy wartości skośności (*górny wykres*) zmierzone w ansamblach 180LCDM (linia ciągła), 360LCDM (linia kreskowana) i 512LCDM (linia kropkowana) oraz S_3 policzone dla zespołów symulacji (*dolny wykres*) odpowiednio 180B1RS1, 360B1RS1 i 512B1RS1. Pionowe linie oznaczają skalę odpowiadającą granicznej częstotliwości Nyquista $2\pi/k_{Nyq}$ dla kolejnych długości pudeł. Odnotowujemy bardzo dobrą zbieżność wartości skośności zmierzonych w zespołach o różnych długościach pudła zarówno dla modelu Λ CDM jak i dla modelu ReBEL z najsilniejszym oddziaływaniem skalarnym ($\beta = 1, r_s = 1h^{-1} \text{ Mpc}$). Zgodność pomierzonych wartości rozciąga się od największych zmierzonych skal $\sim 30h^{-1} \text{ Mpc} < R < 80h^{-1} \text{ Mpc}$ do najmniejszych zbadanych tutaj odległości $1h^{-1} \text{ Mpc} < R < 8h^{-1} \text{ Mpc}$. Co nieco zadziwiające, obserwujemy wciąż dobrą zgodność zmierzonych skośności nawet w obszarach, gdzie efekty dwuciałowego rozpraszania stają się silne (poniżej skali Nyquista dla danej symulacji). Możemy skonstatować, że zgodność mierzonych wartości S_3 jest zadowalająco dobra w obu sprawdzonych modelach (LCDM i B1RS1), co implikuje, że zmieniająca się wartość stosunku r_s/L ma zaniedbywalny, o ile jakiegokolwiek, wpływ na pomiary.

Test warunków początkowych

Jak wspomnieliśmy w § 1.6.4 do wytworzenia warunków początkowych dla naszych symulacji posilamy się metodą aproksymacji Zeldowicza (AZ). Jest faktem dobrze znanym, że AZ wprowadza sztuczną (niefizyczną) skośność oraz amplitudy hierarchiczne wyższych



Rysunek 2.6: Test efektów przejściowych pojawiających się w warunkach początkowych zespołów symulacji $90h^{-1}$ Mpc. Stosunek skośności zmierzonej w zespole symulacji wystartowanych od poczerwienienia 60 do skośności zmierzonej w ansamblach rozpoczynających się od $z = 30$ jest wykreślony dla zespołów modeli Λ CDM TEST1Z60 i TEST1Z30 (linia kreskowana) i symulacji modeli ReBEL TEST2Z60 i TEST2Z30 (linia kropkowana). Pionowa czarna kreskowana linia określa skalę Nyquista $2\pi/k_{Nyq} = 2,8h^{-1}$ Mpc. Słupki błędów ilustrują wartość 1σ od średniej z zespołu TEST1Z30 (błędy w pozostałych zespołach są tego samego rzędu).

rzędów do pola gęstości warunków początkowych [CROCCE I IN. (2006); TATEKAWA I MIZUNO (2007)]. Konieczne jest zapewnienie wystarczająco długiego czasu symulacji (liczby kroków czasowych) aby prawdziwa fizyczna dynamika cząstek zdominowała ewolucję pola gęstości na wszystkich skalach i zredukowała numerycznie wprowadzone niefizyczne artefakty. Parametr poczerwienienia warunków początkowych jest bardzo istotnym czynnikiem, który trzeba uwzględnić przy projektowaniu wiarygodnych kosmologicznych eksperymentów numerycznych. Jednakże, tak jak wspomnieliśmy we wcześniejszym paragrafie, skupiamy się tutaj na bezpośrednim porównaniu pól gęstości i ich kumulantów w różnych modelach. Dlatego bezwzględna wielkość efektów przejściowych pojawiających się w warunkach począt-

kowych nie będzie istotna o ile efekty te będą miały porównywalną wielkość we wszystkich porównywanych modelach. Inny czynnik zależny od wartości z_{wp} jest związany tylko z modelami, w których pojawia się siła skalarna pomiędzy cząstkami CM. W ogólności możemy oczekiwać, że zbyt późne wystartowanie symulacji modelu ReBEL objawi się słabszym odchyleniem od pola gęstości wzorcowego modelu Λ CDM. Wynika to z tego, że siły skalarne, mając mniej dynamicznego czasu, słabiej wpłyną na ewolucję pola gęstości CM.

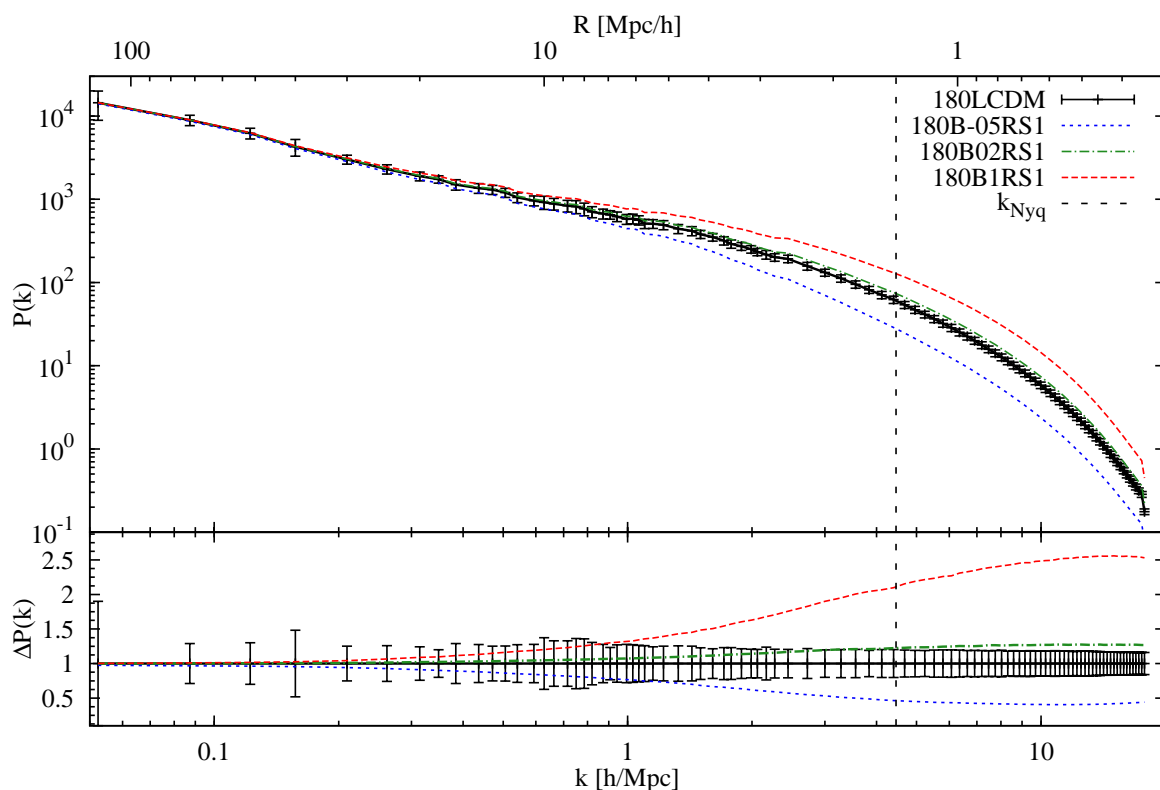
By określić liczbowo wielkość wszystkich możliwych efektów przejściowych wykonaliśmy serię dodatkowych zespołów symulacji zawierających 64^3 cząstek CM zawartych w sześciianach o długości boku $90h^{-1}$ Mpc. Mamy dwa zespoły symulacji modelu Λ CDM (TEST1Z60 i TEST1Z30) oraz dwa zespoły symulacji dla modelu ReBEL z $\beta = 1$ i $r_s = 1h^{-1}$ Mpc (TEST2Z60 i TEST2Z30). Serie symulacji wykonane w ramach tego samego modelu tła mają wszystkie parametry takie same za wyjątkiem wartości początkowego poczerwienienia, które ustalamy na 30 i 60. Dla tych symulacji taka różnica w z_{wp} przekłada się na dodatkową liczbę ~ 40 kroków czasowych w przypadku symulacji TEST1Z60 i TEST2Z60. Wyniki bezpośredniego porównania skośności S_3 z tych symulacji prezentujemy na rysunku 2.6. Linia kreskowana odpowiada wartości S_3^{z60}/S_3^{z30} dla modelu Λ CDM, zaś linia kropkowana ilustruje ten sam stosunek policzony dla modelu ReBEL z $\beta = 1, r_s = 1h^{-1}$ Mpc. Poprzeczna czarna ciągła linia odpowiada $S_3^{z60}/S_3^{z30} = 1$, natomiast pionowa kreskowana linia uwidacznia wartość $2\pi/k_{Nyq} \cong 2,8h^{-1}$ Mpc dla tych symulacji. Słupki błędów określają wielkość 1σ policzoną względem średniej z zespołu TEST1Z30. Błędy w pozostałych zespołach są tych samych rzędów. Odnotowujemy, że dla obu modeli efekty przejściowe warunków początkowych są widoczne, zwłaszcza dla modelu z $\beta = 1$ na skalach $R < 2h^{-1}$ Mpc. Niemniej wielkości wszystkich pojawiających się efektów przejściowych są mniejsze niż błędy 1σ . Co więcej, zaobserwowane niezgodności są rzędu $< 5\%$ dla skal powyżej granicy płynu ($\geq 2h^{-1}$ Mpc dla tych symulacji). W przypadku modelu ReBEL wielkość efektów przejściowych osiąga $\sim 10\%$ dla odległości $\leq 1,5h^{-1}$ Mpc, lecz jest to odległość mniejsza od skali Nyquista dla tych zespołów. Ergo, konstatujemy, że wielkości efektów przejściowych w obu modelach są mniejsze od błędów pomiaru skośności zmierzonych w głównych symulacjach w pudłach o długości $180h^{-1}$ Mpc (zobacz tablicę 2.2). Powyższa analiza pozwala nam stwierdzić, że efekty przejściowe obecne w zespołach symulacji 180LCDM, 180B-05RS1, 180B02RS1 i 180B1RS1 rozpoczynających się od $z_{wp} = 40$ nie będą miały znaczącego wpływu na zmierzone momenty dystrybucji zliczeń w komórkach aż do skali wyznaczonej przez granicę przybliżenia płynu (skali Nyquista).

Podsumowując ten podrozdział możemy podkreślić, iż przeprowadzone testy naszej im-

plementacji metody zliczeń w komórkach upewniają nas, że ta metoda jest odpowiednim narzędziem do badania wpływu oddziaływania skalarnego w CM na statystykę korelacyjną wyższych rzędów pola gęstości CM.

2.3 Pole gęstości CM

2.3.1 Trójwymiarowe widmo mocy



Rysunek 2.7: Górny wykres: Widma mocy $P(k)$ w symulacjach o pudle $180h^{-1}$ Mpc dla rozważanych modeli ReBEL. Krzywe na rysunku oznaczają zespoły symulacji: 180LCDM (linia ciągła), 180B-05RS1 (linia kropkowana), 180B02RS1 (linia kropkowano-kreskowana) oraz 180B1RS1 (linia kreskowana) odpowiednio. Dolny wykres: Stosunki widm mocy modeli ReBEL do widma mocy zmierzonego w symulacjach modelu wzorcowego 180LCDM.

Analizę wyników naszych symulacji rozpoczynamy od zbadania różnic w trójwymiarowym widmie mocy fluktuacji gęstości $P(k)$. Na rysunku 2.7 umieściliśmy widma mocy

zmierzone w zespołach symulacji 180LCDM, 180B-05RS1, 180B02RS1 i 180B1RS1. Dodatkowo na dolną część tego wykresu nanieśliśmy stosunek widma mocy danego modelu ReBEL do widma zmierzonego w symulacjach SMK. Ze względu na czytelność na rysunku umieściliśmy słupki błędów 1σ tylko dla modelu 180LCDM. Rozrzuty 1σ wartości $P(k)$ w symulacjach ReBEL są porównywalnej wielkości. Pionowa kreskowana linia odpowiada liczbie falowej Nyquista dla tych symulacji. Na dolnej skali umieściliśmy liczbę falową k , zaś na górnej odpowiadającą tym liczbom skalę ($R = 2\pi/k$). Na początek zauważamy, że widma mocy zmierzone i uśrednione po zespołach symulacji zgadzają się dobrze ze sobą dla dużych skal. Oczywiście jest to zachowanie jakiego oczekiwaliśmy po modelach w których mechanizm dynamicznego ekranowania oddziaływania zawęża efektywny zasięg oddziaływań skalarnych. Począwszy od skal $R \leq 7h^{-1}$ Mpc zaczynamy obserwować statystycznie znaczące (powyżej 1σ) odbieganie wartości $P(k)$ w symulacjach ReBEL od wartości widma modelu Λ CDM, przy czym widmo modelu testowego z $\beta = -0.5$ ma wartości niższe od modelu wzorcowego, zaś widma modeli z dodatnimi wartościami β charakteryzują się większą mocą w tym przedziale liczb falowych ($k \gtrsim 0.9$). Jest to oczekiwany efekt, bowiem znak parametru β decyduje o wzmocnieniu lub osłabieniu oddziaływań pomiędzy cząstkami CM. Obserwujemy również saturację różnicy pomiędzy mocami zaburzeń na skalach $R \sim r_s$ i mniejszych. Niestety dla przedstawionych symulacji są to skale mniejsze niż skala Nyquista, niemniej jest to ten sam efekt, który został opisany w pracy [HELLWING I JUSZKIEWICZ (2009)].

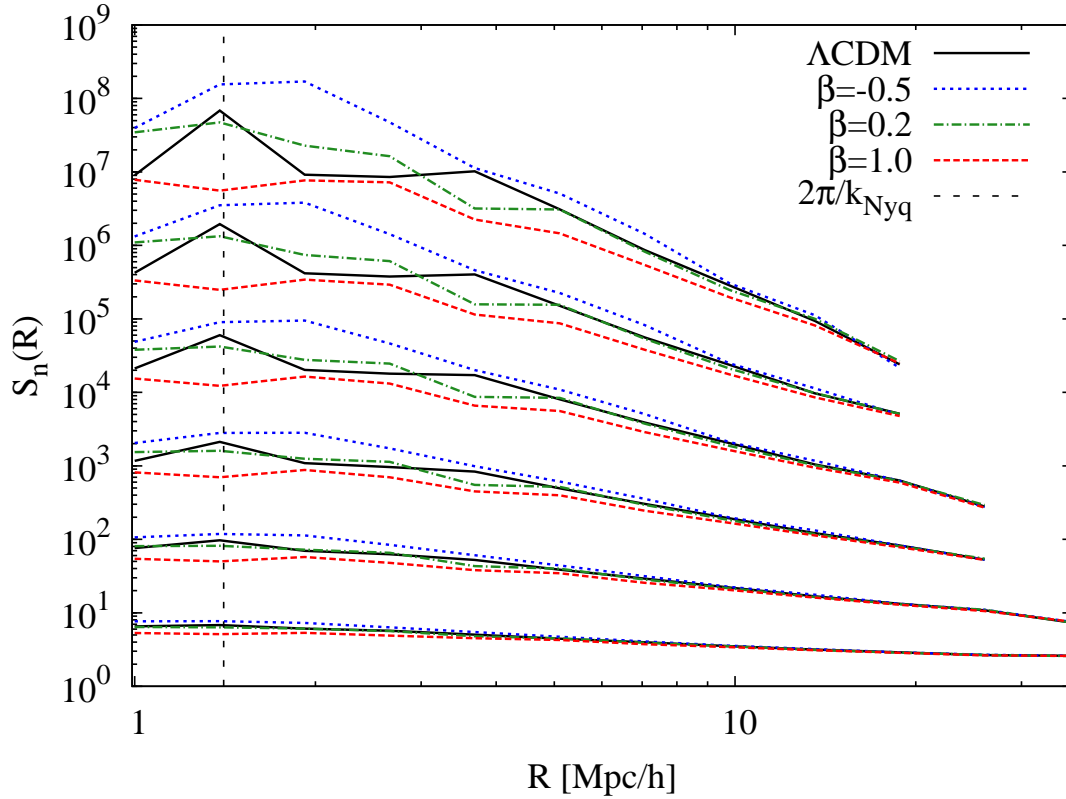
Podsumowując, widmo mocy zaburzeń gęstości pola CM w modelach ReBEL odznacza się większą amplitudą niż widmo mocy SMK. Lecz efekt ten dotyczy tylko małych skal porównywalnych i mniejszych niż długość ekranowania. Dla odległości większych niż $r_s = 1h^{-1}$ Mpc wynikowa uśredniona amplituda wciąż jest różna od amplitudy Λ CDM. Niemniej efekt ten jest mniejszy niż rozrzut 1σ , a zatem statystycznie nieznaczący.

2.3.2 Hierarchia amplitud korelacyjnych

Przejdziemy obecnie do szczegółowej analizy hierarchii amplitud korelacyjnych. Amplitudę korelacyjną n -tego rzędu definiujemy odpowiednio jako

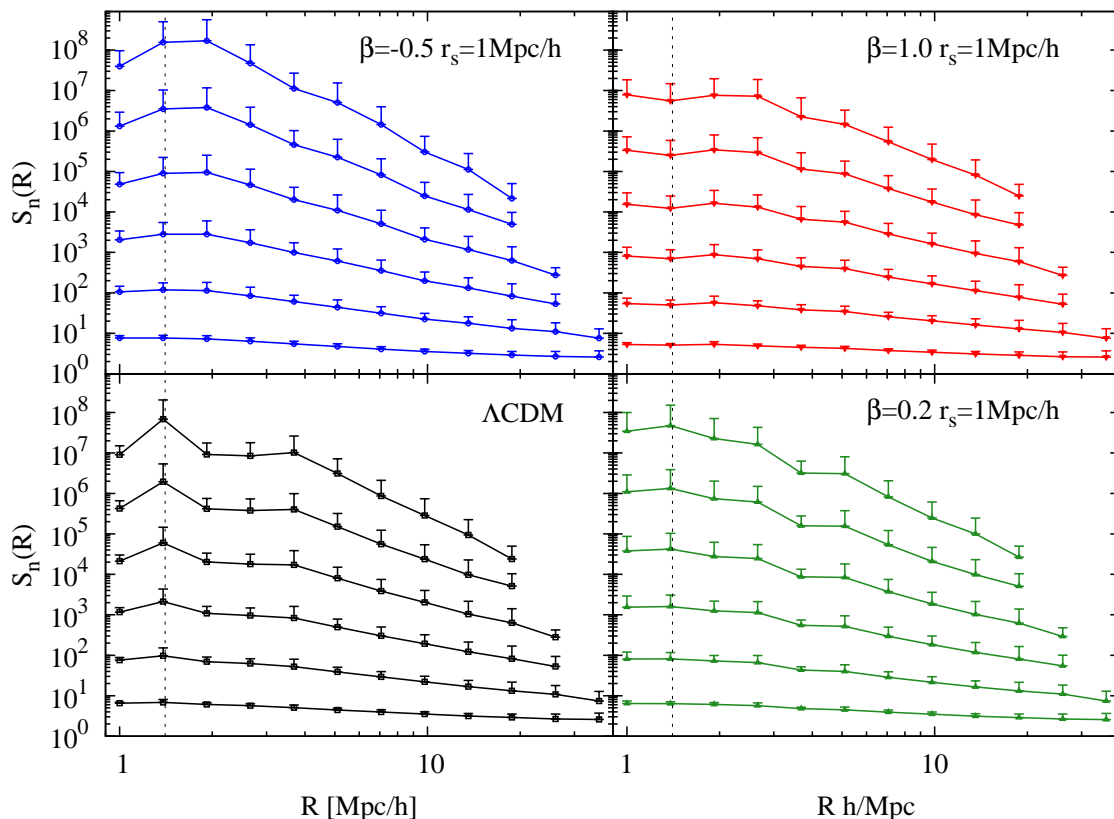
$$S_n = \frac{\bar{\xi}_n}{\bar{\xi}_2^{n-1}} = \bar{\xi}_n \sigma^{-2(n-1)}, \quad (2.24)$$

gdzie n oznacza rząd amplitudy zaś $\bar{\xi}_n$ i σ^2 zależą *implicite* od skali R użytej przy próbkowaniu pola gęstości.



Rysunek 2.8: Hierarchie amplitud S_n wykreślone dla symulacji 180LCDM (linia ciągła), 180B-05RS1 (linia kropkowana), 180B02RS1 (linia kreskowano-kropkowana) i 180B1RS1 (linia kreskowana). Cienka pionowa kreskowana linia oznacza skalę Nyquista.

Na rysunkach 2.8 i 2.9 prezentujemy wartości S_n od $n = 3$ do $n = 8$ zmierzone we wszystkich zespołach symulacji o długości pudła równej $180h^{-1}$ Mpc. Uśrednione po objętości N -punktowe funkcje korelacyjne zostały zmierzone za pomocą przedstawionej wcześniej metody ZWK. Próbkowania dokonaliśmy w dwunastu logarytmicznie rozmieszczonych binach obejmujących zakres odległości $1h^{-1} \text{ Mpc} \leq R \leq 36,09$ (patrz pierwsza kolumna tablicy 2.2, która zawiera dokładne wartości R dla wszystkich binów). Wszystkie wartości zostały uzyskane poprzez arytmetyczne uśrednienie wielkości $\bar{\xi}_n(R) \cdot \bar{\xi}_2^{n-1}(R)$ dla danej skali R po ośmiu symulacjach wykonanych dla każdego modelu. Słupki błędów na rysunku 2.9 (dla przejrzystości rysunków pokazujemy tylko górne połowy słupków błędów) odpowiadają jednemu odchyleniu standardowemu tak obliczonej wartości średniej policzonymu według wzoru (2.16). Cienkie kreskowane linie pionowe na obu rysunkach wyznaczają skalę Nyquista dla tych symulacji $2\pi/k_{Nyq} \approx 1,4h^{-1} \text{ Mpc}$, która jest równa podwojonej średniej odległości międzycząstkowej $2l$. W dalszej części naszej analizy nie będziemy brali pod uwagę wartości mierzonych wielkości policzonych dla odległości mniejszej od granicy



Rysunek 2.9: Hierarchie amplitud korelacyjnych narysowane oddzielnie. Dane z ansamblu 180LCDM (wykres na dole po lewej), 180B-05RS1 (rysunek u góry po lewej), 180B02RS1 (na dole po prawej) i 180B1RS1 (u góry po prawej). Pionowa kreskowana linia oznacza odpowiednią skalę Nyquista.

wyznaczonej przez skalę Nyquista. Oba omawiane rysunki są komplementarne względem siebie. Na rysunku 2.9 pokazujemy amplitudy S_n oddzielnie dla każdego modelu, zaś na rysunku 2.8 wszystkie krzywe obrazujące zależność S_n od skali R są umieszczone razem by uwypuklić różnice pomiędzy badanymi modelami. Dokładne wartości błędów 1σ dla dwóch pierwszych amplitud są podane w tablicach 2.2 i 2.3. Kosmologiczne modele umieszczone na rysunku 2.8 są oznaczone następująco: kanoniczny model Λ CDM (linie ciągłe), $\beta = -0,5; r_s = 1h^{-1}$ Mpc (linie kropkowane), $\beta = 0,2; r_s = 1h^{-1}$ Mpc (linie kropkowano-kreskowane) i $\beta = 1,0; r_s = 1h^{-1}$ Mpc (linie kreskowane).

Na początek zauważmy jasną i wyraźną własność hierarchii korelacyjnych S_n widocznych na omawianych rysunkach. Dla skal $R \leq 10h^{-1}$ Mpc dla wszystkich krzywych modelu $\beta = -0,5$ wartości S_n są większe od wartości modelu porównania Λ CDM, podczas gdy dla tych samych skal wartości wszystkich amplitud korelacyjnych modelu z $\beta = 1$ są mniejsze

od wartości odpowiadających im amplitud w modelu Λ CDM. Dla modelu z małą wartością $\beta = 0,2$ amplitudy S_n są ciasno rozrzucone w pobliżu wartości amplitud SMK. Możemy odnotować również, że różnice pomiędzy wartościami amplitud modelu Λ CDM a tymi w modelach $\beta = -0,5; 1,0$ rosną razem z rzędem n danej amplitudy. Nie jest to zaskakujące biorąc pod uwagę fakt, że oczekujemy iż amplitudy wyższych rzędów będą bardziej czułe na zmiany w kształcie funkcji gęstości prawdopodobieństwa rozkładu gęstości masy, a zatem również na zmiany w samym rozkładzie gęstości cząstek CM.

2.3.3 Skośność i kurtoza

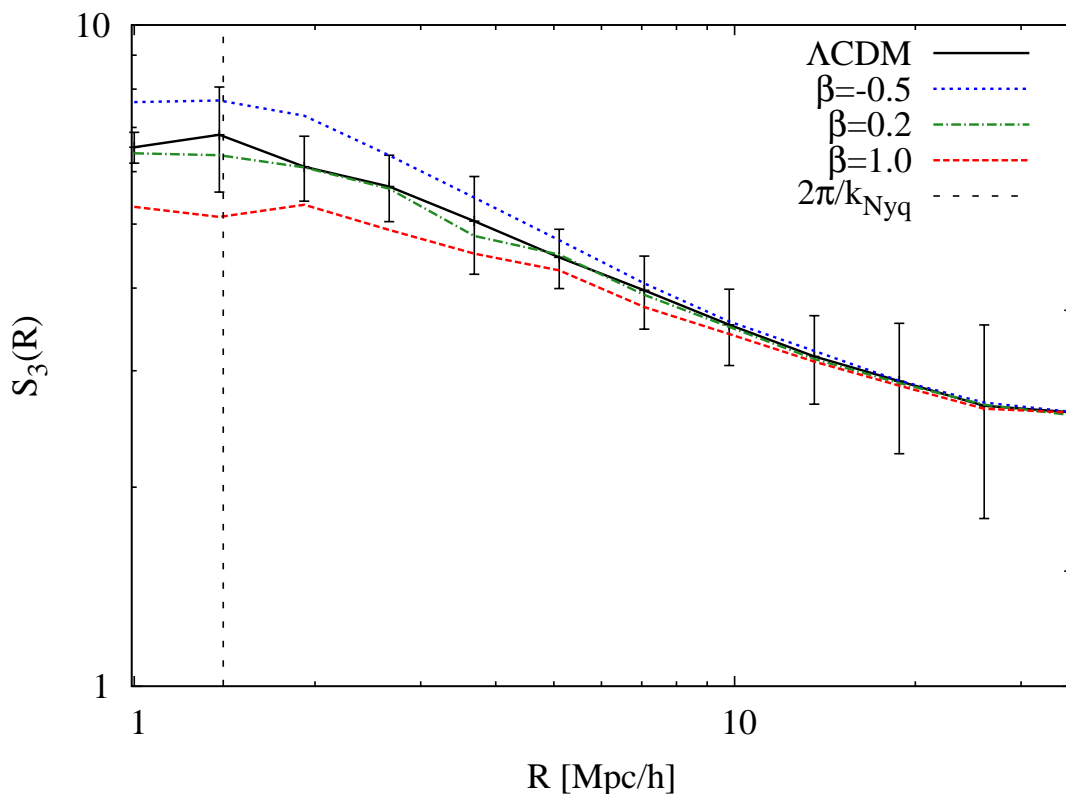
Skośność (współczynnik asymetrii) i kurtoza (miara ekscesu) są dobrze zdefiniowanymi parametrami dla funkcji gęstości prawdopodobieństwa pola gęstości materii. Na mocy twierdzenia Wicka dla zmiennej losowej δ o normalnym rozkładzie prawdopodobieństwa ze średnią równą zero są spełnione następujące zależności [LUO I SCHRAMM (1993)]

$$\langle \delta \rangle = 0, \quad \langle \delta \dots \delta_{(\text{nieparzysta})} \rangle = 0, \quad (2.25)$$

$$\begin{aligned} \langle \delta^4 \rangle &= 3\langle \delta^2 \rangle^2, \\ \langle \delta^{2n} \rangle &= (2n - 1)!! \langle \delta^2 \rangle^n. \end{aligned} \quad (2.26)$$

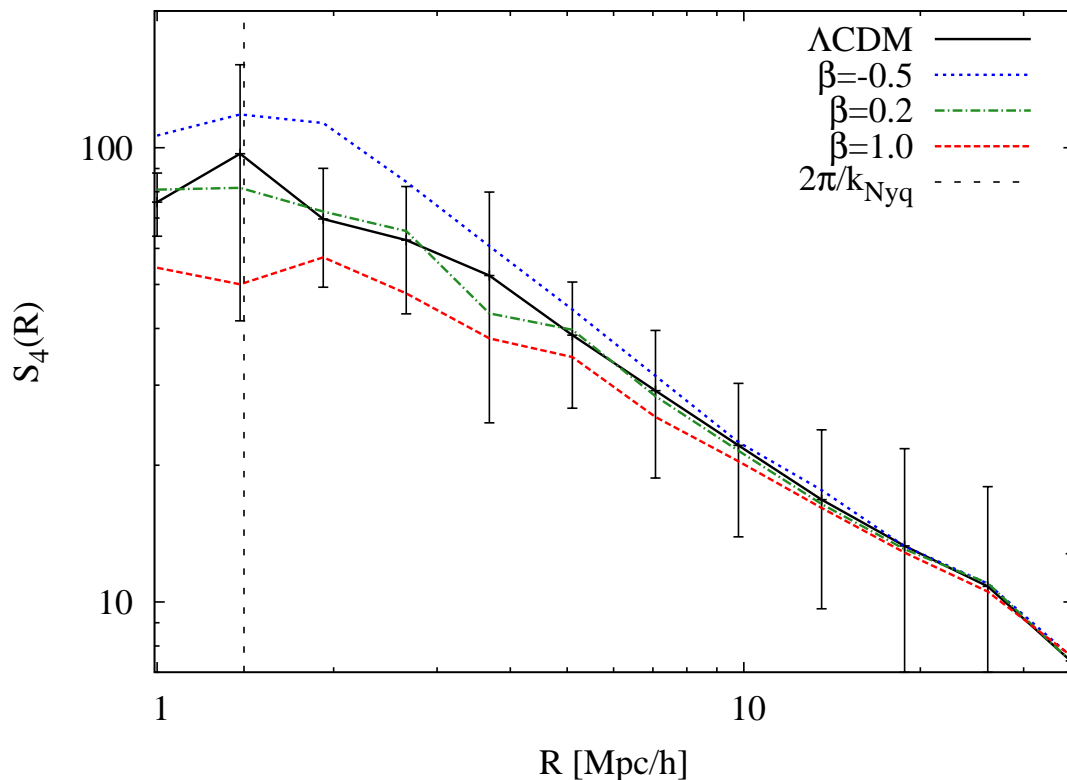
Skośność (S_3) i kurtoza (S_4) funkcji gęstości prawdopodobieństwa kontrastu gęstości masy są zatem parametrami, za pomocą których możemy opisać odkształcenia i odchylenia funkcji gęstości prawdopodobieństwa opisującej dane pole gęstości od rozkładu czysto gaussowskiego.

Jak wspominaliśmy już w rozdziale 1, w modelu Λ CDM zakładamy, że pierwotne pole zaburzeń gęstości miało gaussowski rozkład prawdopodobieństwa. Na skutek działania procesu niestabilności grawitacyjnej pierwotne pole gęstości zaczyna odbiegać od początkowego rozkładu normalnego. Naturalną zatem konsekwencją grawitacyjnej ewolucji jest narastanie wartości skośności i kurtozy. Parametry te osiągają największe wartości na małych skalach, gdzie kontrast gęstości pola CM na skutek wysoce nieliniowej ewolucji może przybierać ekstremalne wartości. Analiza pola gęstości przeprowadzona w ramach rachunku zaburzeń jak również na podstawie symulacji N-ciałowych przewiduje, że zarówno skośność jak i kurtoza są monotonicznymi funkcjami słabo zależnymi od skali R [JUSZKIEWICZ I IN. (1993B); GUILLET I IN. (2009); DURRER I IN. (2000); BERNARDEAU (1994); ŁOKAS I IN. (1995); SZAPUDI I IN. (1999); PEEBLES (1980)]. Przyjrzymy się teraz dokładniej jak zmieniona fizyka modelu ReBEL wpływa na wartości i własności skośności i kurtozy.



Rysunek 2.10: Skośność w symulacjach $180h^{-1}$ Mpc. Dane z zespołów 180LCDM (linia ciągła), 180B-05RS1 (linia kropkowana), 180B02RS1 (linia kreskowano-kropkowana) oraz 180B1RS1 (linia kreskowana). Pionowa kreskowana linia oznacza skalę Nyquista. Słupki błędów odpowiadają błędom 1σ z ansambla 180LCDM.

W tablicach 2.2 i 2.3 oraz na rysunkach 2.10 i 2.11 w szczegółach przedstawiamy nasze pomiary skośności i kurtozy. Analiza danych zawartych w tych tablicach pozwala nam stwierdzić, że dla wszystkich badanych modeli ReBEL ich wartości skośności i kurtozy zbiegają w granicy 1σ do wartości modelu porównania poczynając od odległości $R = 9,8h^{-1}$ Mpc. Dodatkowo, co już zauważyliśmy wcześniej, wielkość odchyłki wartości S_3 i S_4 każdego modelu rośnie gdy skala wygładzania maleje, co obserwujemy aż do granicznej skali Nyquista. Toteż możemy tutaj zauważyć bezpośredni „odcisk” jaki zostawiają w momentach dystrybucji pola gęstości oddziaływania skalarne. Zatem, w ogólności, istnienie bądź nieistnienie oddziaływań skalarnych w CM typu ReBEL może zostać wykazane *a posteriori* poprzez zbadanie amplitud S_3 i S_4 dystrybucji gęstości CM. Odnotowujemy, że wartość S_3 dla $R \sim 1,4h^{-1}$ Mpc jest większa o $\approx 25\%$ w modelu 180B1RS1 w porównaniu do pomiarów z zespołu 180LCDM. Ta niezgodność jest wciąż rzędu $\approx 10\%$ na skali $R = 3,68h^{-1}$ Mpc, lecz dla skal $R \geq 7h^{-1}$ Mpc spada do poziomu $\leq 5\%$. Różnice w wartości kurtozy dla tego sa-



Rysunek 2.11: Kurtoza w symulacjach $180h^{-1}$ Mpc. Oznaczenia są identyczne jak te z podpisu rysunku 2.10.

mego zespołu symulacji są znacząco większe. Dla $R \sim 1,4h^{-1}$ Mpc wartość S_4 w 180B1RS1 jest mniejsza od wartości w modelu Λ CDM o $\approx 48\%$, dla $R = 3,68h^{-1}$ Mpc ta różnica spada do $\approx 27\%$. Dla skal $R \geq 7h^{-1}$ Mpc kurtoza w modelu ReBEL nie różni się od kurtozy SMK o więcej niż $\leq 10\%$. Różnice w wartościach S_3 pomiędzy modelami ReBEL a Λ CDM, pomimo iż są zauważalne, nie mają dramatycznych wielkości. Zwłaszcza przy uwzględnieniu wariancji próbek. Z drugiej strony zmierzone różnice w wartościach kurtozy pola gęstości pomiędzy rozważanymi modelami mają znacznie większe wartości. Na skali $R \sim 1,4h^{-1}$ Mpc kurtoza symulacji 180LCDM jest statystycznie znacząco wyższa (sygnał ponad 1σ próbki 180B1RS1) niż w modelu 180B1RS1. Z obserwacyjnego punktu widzenia rozsądne wydaje się więc, że to S_4 pola gęstości jest czulszym i lepszym wskaźnikiem obecności sił ReBEL w fizyce CM.

By porównać dane z symulacji numerycznych z danymi z obserwacji astronomicznych trzeba uwzględnić cały szereg dodatkowych czynników. Przede wszystkim pole gęstości liczbowej hal CM jest na małych skalach nieliniowym indykatoem ciągłego pola gęstości CM. Ostateczna kwestia przetłumaczenia wyników symulacji na „język” obserwacji astro-

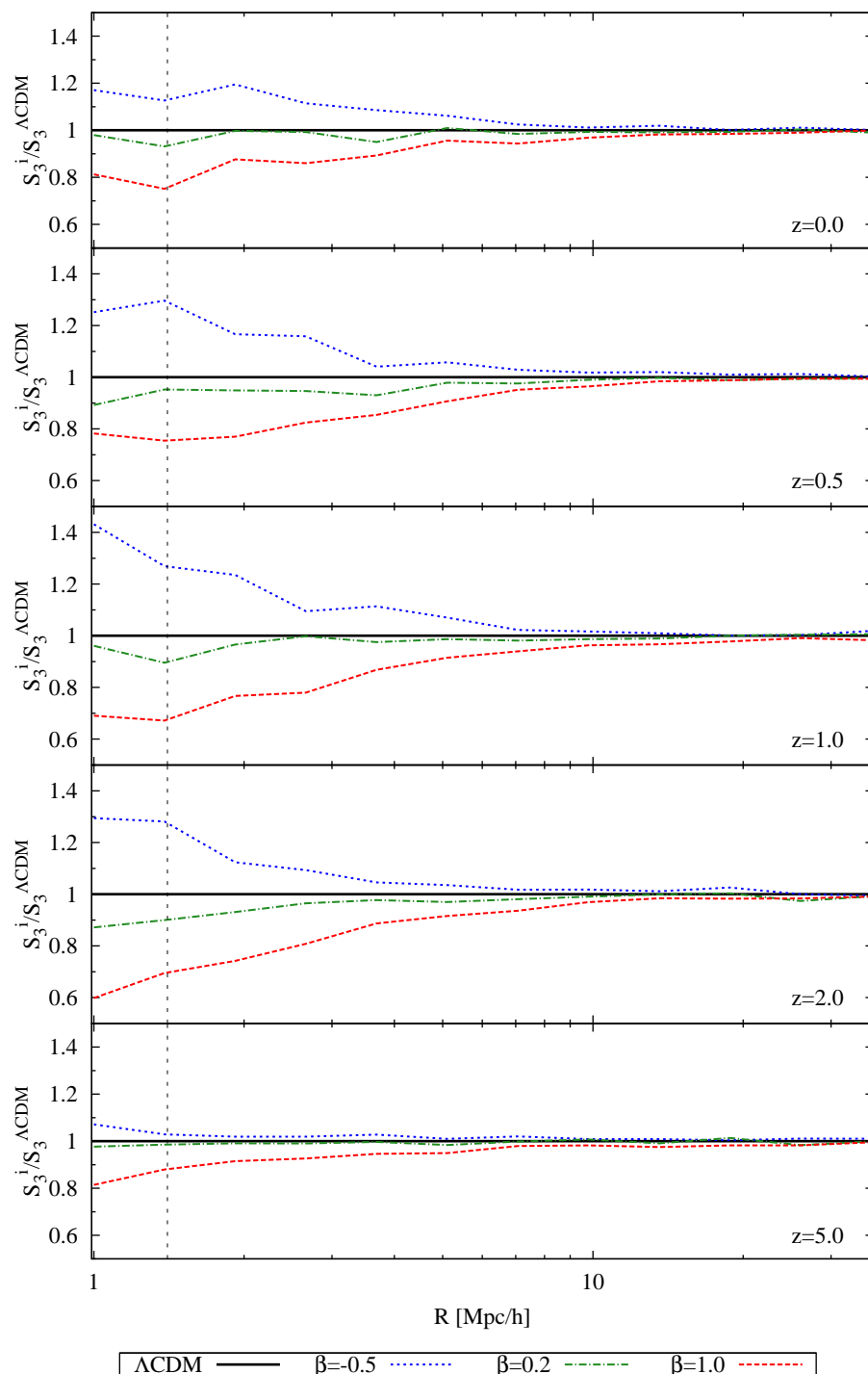
Tablica 2.2: Zmierzone wartości amplitudy S_3 dla chwili $z = 0$ w symulacjach z pudłem o długości $180h^{-1}$ Mpc.

Skala	Nazwa badanego modelu			
R (h^{-1} Mpc)	180LCDM	180B-05RS1	180B02RS1	180B1RS1
01,00	$6,53 \pm 0,35$	$7,65 \pm 1,08$	$6,40 \pm 1,00$	$5,30 \pm 0,59$
01,38	$6,82 \pm 1,23$	$7,69 \pm 1,23$	$6,35 \pm 0,74$	$5,13 \pm 0,47$
01,92	$6,10 \pm 0,69$	$7,29 \pm 1,45$	$6,09 \pm 0,70$	$5,35 \pm 0,84$
02,66	$5,70 \pm 0,66$	$6,35 \pm 1,37$	$5,66 \pm 1,00$	$4,90 \pm 0,52$
03,68	$5,05 \pm 0,85$	$5,48 \pm 0,87$	$4,80 \pm 0,39$	$4,51 \pm 0,55$
05,10	$4,45 \pm 0,46$	$4,72 \pm 0,81$	$4,49 \pm 0,73$	$4,26 \pm 0,51$
07,07	$3,97 \pm 0,50$	$4,07 \pm 0,61$	$3,90 \pm 0,51$	$3,74 \pm 0,40$
09,80	$3,52 \pm 0,46$	$3,56 \pm 0,50$	$3,50 \pm 0,47$	$3,41 \pm 0,43$
13,57	$3,15 \pm 0,48$	$3,21 \pm 0,54$	$3,12 \pm 0,47$	$3,10 \pm 0,47$
18,80	$2,89 \pm 0,65$	$2,90 \pm 0,66$	$2,87 \pm 0,65$	$2,85 \pm 0,63$
26,05	$2,66 \pm 0,86$	$2,68 \pm 0,87$	$2,66 \pm 0,87$	$2,63 \pm 0,84$
36,09	$2,60 \pm 1,10$	$2,60 \pm 1,10$	$2,57 \pm 1,08$	$2,60 \pm 1,09$

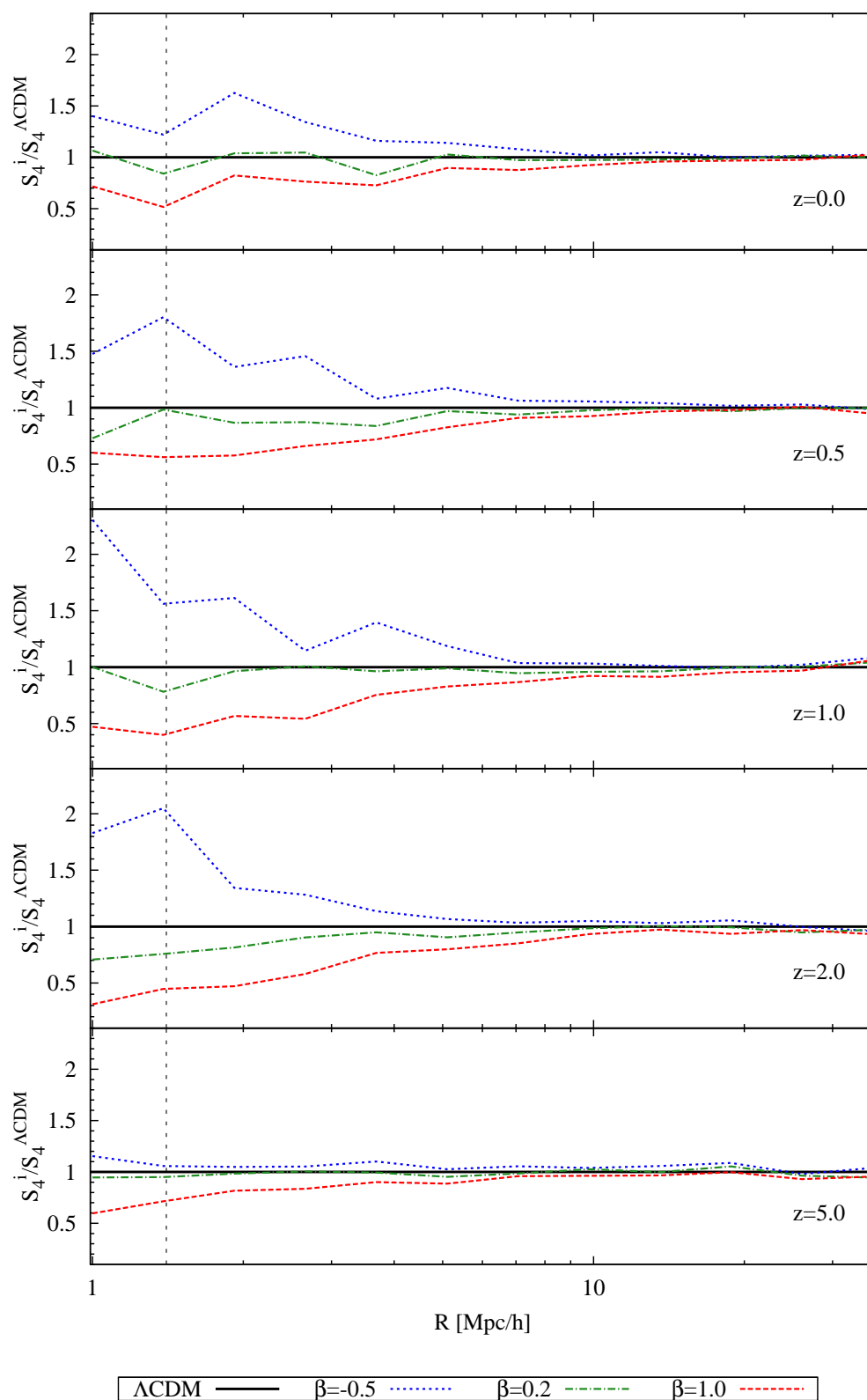
nomicznych jest skomplikowanym i wymagającym sporo pracy zadaniem badawczym. Niemniej wykazaliśmy tutaj ponad wszelką wątpliwość, że na poziomie teoretycznym sygnał obecności sił ReBEL pojawia się w kumulantach pola gęstości CM. Zatem powinna być możliwa obserwacyjna falsyfikacja rozważanego modelu. Zadanie to autor podejmie w przyszłej pracy naukowej.

2.3.4 Ewolucja czasowa S_3 i S_4

Teraz przyjrzymy się ewolucji czasowej skośności i kurtozy w polach gęstości naszych modeli. W pracy [HELLWING I JUSZKIEWICZ (2009)] wykazaliśmy, że amplituda różnicy pomiędzy modelami ReBEL i Λ CDM w 2-punktowej funkcji korelacyjnej ξ zmienia się z poczerwienieniem kosmologicznym symulacji, zatem zmienia się z czasem. Oczekujemy zatem, że również wyższe momenty takie jak S_3 i S_4 w modelu ReBEL będą przejawiały podobną ewolucję. By to zbadać, przeanalizujemy redshiftowe archiwa pól gęstości zespolów symulacji w pudle $180h^{-1}$ Mpc zawierające pola zapisane dla poczerwienień 5; 2; 1; 0,5 oraz dla końcowej chwili $z = 0$. Na rysunku 2.12 ilustrujemy ewolucję czasową stosunku



Rysunek 2.12: Ewolucja czasowa stosunków skośności $S_3^{ReBEL}/S_3^{\Lambda\text{CDM}}$ dla rozważanych modeli ReBEL. Krzywe na rysunku oznaczają zespoły symulacji: 180LCDM (linia ciągła), 180B-05RS1 (linia kropkowana), 180B02RS1 (linia kropkowano-kreskowana) oraz 180B1RS1 (linia kreskowana) odpowiednio. Kolejne wykresy obrazują dane dla redshiftów od $z = 0$ (górny wykres) do $z = 5$ (dolny wykres). Pionowa kreskowana linia wyznacza skalę Nyquista $\sim 1,4h^{-1}$ Mpc.



Rysunek 2.13: Ewolucja czasowa stosunków kurtozy $S_4^{LRS I}/S_4^{\Lambda CDM}$ dla rozważanych modeli. Oznaczenia są identyczne jak na rysunku 2.12.

Tablica 2.3: Zmierzone wartości amplitudy S_4 dla chwili $z = 0$ w symulacjach z pudłem o długości $180h^{-1}$ Mpc.

Skala	Nazwa badanego modelu			
R (h^{-1} Mpc)	180LCDM	180B-05RS1	180B02RS1	180B1RS1
01,00	75 ± 12	106 ± 40	81 ± 39	54 ± 19
01,38	97 ± 55	118 ± 58	82 ± 35	50 ± 16
01,92	70 ± 20	113 ± 68	72 ± 26	57 ± 25
02,66	63 ± 20	84 ± 54	66 ± 33	48 ± 16
03,68	52 ± 28	61 ± 27	43 ± 9	38 ± 13
05,10	39 ± 12	44 ± 23	40 ± 19	35 ± 12
07,07	29 ± 10	31 ± 14	28 ± 11	26 ± 8
09,80	22 ± 8	22 ± 9	22 ± 8	20 ± 7
13,57	17 ± 7	18 ± 8	16 ± 7	16 ± 7
18,80	13 ± 8	13 ± 9	13 ± 8	13 ± 8
26,05	11 ± 7	11 ± 7	11 ± 7	11 ± 7
36,09	7 ± 5	8 ± 5	7 ± 5	8 ± 5

$S_3^{ReBEL}/S_3^{\Lambda\text{CDM}}$ dla rozważanych modeli ReBEL. Rysunek 2.13 zaś przedstawia podobną ewolucję dla stosunku kurtoz $S_4^{ReBEL}/S_4^{\Lambda\text{CDM}}$. Zobrazowane zostały dane dla redshiftów od $z = 0$ na górnych wykresach do $z = 5$ na dolnych wykresach. Odpowiednie modele są oznaczone następująco: linie ciągłe dla 180LCDM, linie kreskowane oznaczają 180B-05RS1, linie kropkowane to modele 180B02RS1 zaś linie kropkowano-kreskowane dotyczą zespołów 180B1RS1 (na obu rysunkach oznaczenia są takie same). Jak i we wcześniejszych przypadkach również na omawianych rysunkach umieściliśmy pionową kreskowaną linię obrazującą skalę Nyquista dla symulacji $\sim 1,4h^{-1}$ Mpc.

Na wstępie zauważmy, że skala na której skośność w modelach ReBEL zaczyna odstępować od wartości wzorcowego modelu o więcej niż $\sim 5\%$ zmienia się słabo z redshiftem. Dla $z = 0$ skala konwergencji wartości przypada na z grubsza $\sim 10h^{-1}$ Mpc. To stwierdzenie jest wciąż słuszne dla $z = 2$, lecz dla przesunięcia ku czerwieni $z = 5$ ta skala zmniejsza się do $\sim 6h^{-1}$ Mpc. Przypomnijmy, że wszystkie odległości wyrażamy we współrzędnych współporuszających się. Podobną własność możemy zaobserwować na rysunku 2.13 dla skali zbieżności wartości kurtozy. W przypadku jednak ekscesu skale zbieżności są o kilka współporuszających się megaparseków większe. Opisane efekty prowadzą do wniosku, że

Tablica 2.4: Zmierzone w symulacjach różnice pomiędzy wartościami S_3 i S_4 we wzorcowym modelu 180LCDM a modelami ReBEL. Pomiarów dokonano dla odległości próbkowania $R \sim 1,4h^{-1}$ Mpc. Wartości w każdej z kolumn są obliczone według równania (2.27). Kosmologiczny parametr przesunięcia ku czerwieni z dla którego dokonano pomiarów jest podany w pierwszej kolumnie tablicy. Dane dla zespołów symulacji wykonanych w pudłach o długości $180h^{-1}$ Mpc we współrzędnych współporuszających się.

ΔS_3			
z	180B-05RS1	180B02RS1	180B1RS1
0,0	12,6%	-6,6%	-24,7%
0,5	29,5%	-3,8%	-24,5%
1,0	27,0%	-10,3%	-32,8%
2,0	22,0%	-10,0%	-30,5%
5,0	2,0%	-1,4%	-12,0%
ΔS_4			
z	180B-05RS1	180B02RS1	180B1RS1
0,0	21,6%	-15,4%	-48,4%
0,5	69,8%	-7,5%	-47,1%
1,0	56,0%	-21,9%	-60,3%
2,0	105,0%	-24,2%	-55,0%
5,0	6,0%	-4,5%	-28,8%

pomimo narastających amplitud odchyłeń momentów pola w modelach ReBEL na małych, wysoce nieliniowych skalach, mechanizm dynamicznego ekranowania oddziaływań skalar-nych zapobiega rozprzestrzenianiu się tych odchyłek w polach gęstości poza skalę większe niż $\sim 10h^{-1}$ Mpc. Powyższy efekt jest zgodny z zachowaniem widma mocy zaburzeń gęstości $P(k)$ odnotowanym przez nas wcześniej w podrozdziale § 2.3.1 oraz w pracach [HELLWING I JUSZKIEWICZ (2009); KESELMAN I IN. (2010)]. Nie jest to oczywiście efekt zaskakujący, gdyż dynamiczne ekranowanie w modelu ReBEL ma tę własność, że wygasza dodatkowe oddziaływania poniżej pewnego ustalonego ($\sim 2\pi/r_s$) modu Fouriera [NUSSEER I IN. (2005)]. Silnie mieszanie się modów zachodzi tylko w reżimie nieliniowych zaburzeń, toteż zaburzenia o wielkościach wciąż pozostających w reżimie liniowym bądź słabo nieliniowym nie są objęte wpływem sił skalarnych. Możemy dokładnie to zaobserwować na rysunkach 2.12 i 2.13. Efekt ten tłumaczy zmniejszanie się skali konwergencji dla rosnącego redshiftu. Dla

wcześniejszych etapów ewolucji skala nieliniowości⁴ jest po prostu mniejsza.

By podkreślić następną interesującą własność kosmologii ReBEL skupimy się teraz na odchyleniu wartości amplitud hierarchicznych S_3 i S_4 zmierzonych w symulacjach modelu ReBEL od wartości tych amplitud zmierzonych w symulacjach wzorcowego modelu Λ CDM na skali $\sim 1,4h^{-1}$ Mpc. Na tej skali obserwowane różnice są największe a odległość ta mieści się wciąż w naszym przedziale „zaufania” do poprawnego odtwarzania fizycznej ewolucji pola gęstości przez nasze symulacje. W tablicy 2.4 zebraliśmy różnice w skośności i kurtozie pomiędzy modelami ReBEL a SMK zmierzonymi dla różnych redshiftów. Wartości umieszczone w tablicy dla każdego poczerwienienia zostały obliczone przy użyciu kul o współporuszającym promieniu $R = 1,38h^{-1}$ Mpc. Procentowe wielkości umieszczone w tablicy oznaczają zmierzoną różnicę względem wartości Λ CDM zdefiniowaną jako

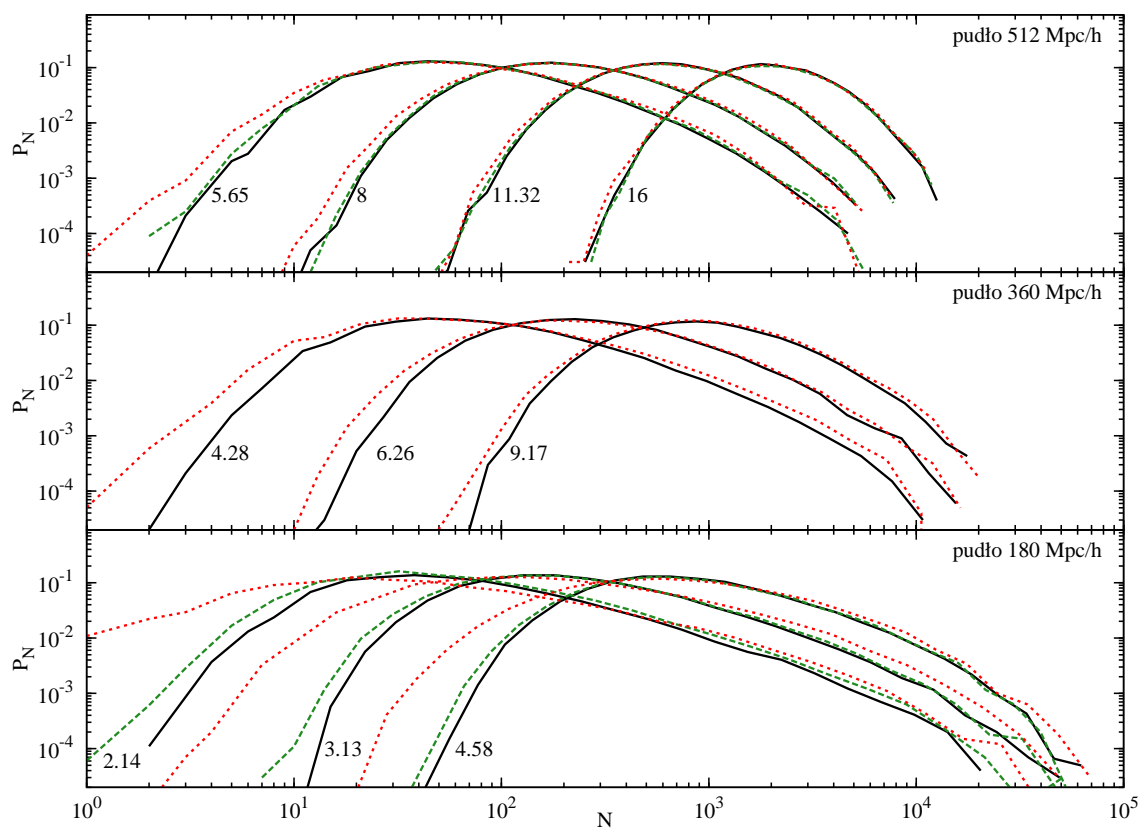
$$\Delta S_n = \left(\frac{S_n^{ReBEL}}{S_n^{\Lambda CDM}} - 1 \right) \cdot 100\% . \quad (2.27)$$

Z analizy wartości zebranych w tablicy 2.4 wynosimy, że najbardziej wyraźne różnice pomiędzy modelem ReBEL a modelem standardowym nie występują dla obecnej epoki ($z = 0$) lecz pojawiają się w pewnym momencie $0,5 < z < 2,0$. W przypadku naszego małego liczebnego archiwum ten moment przypada na redshift $z = 1$, lecz konkluzywnie możemy stwierdzić jedynie, że ΔS_n osiąga swoje maksimum w granicach $0,5 < z < 2,0$. By znaleźć dokładnie redshift, dla którego różnice skośności i kurtozy są największe potrzebne będzie archiwum pól gęstości zapisane znacznie gęściej w przestrzeni redshiftów. Niemniej, co zaskakujące, dochodzimy do konkluzji, że jeżeli chcemy znaleźć najwyraźniejszy „ślad” oddziaływań skalarnych w CM, to powinniśmy go szukać w obserwacjach o wysokim przesunięciu ku czerwieni. Oczywiście tak długo jak rozważam skośność i kurtozę pola gęstości. W naszych eksperymentach numerycznych ΔS_3 osiąga 10,3% dla zespołu 180B02RS1 i 32,8% dla modeli 180B1RS1 na redshiftcie $z = 1$. Różnice w amplitudach S_4 są znacznie większe i osiągają dla tego poczerwienienia 21,9% i 60,3% odpowiednio. Warto jednak podkreślić, że pomimo iż zmierzone różnice osiągają swoje maksymalne wielkości na wysokich redshiftach, to mają one wciąż mierzalne wartości dla chwili obecnej. Dokładne wartości dla modeli 180B1RS1 dla $z = 0$ to 24,7% i 48,4% odpowiednio dla skośności i kurtozy. Odpowiedź na pytanie, czy zaobserwowane przez nas różnice mogą się przełożyć na mierzalny sygnał zależy od tego jak wiele tzw. *biasingu* (od ang. słowa *bias* co możemy tłumaczyć jako

⁴Skalę nieliniowość zaburzeń pola gęstości rozumiemy tutaj jako skalę na której załamuje się przybliżenie swobodnych amplitud Fourierowskich. Zatem na skalach nieliniowych fourierowskie mody różnych zaburzeń nie są już od siebie niezależne.

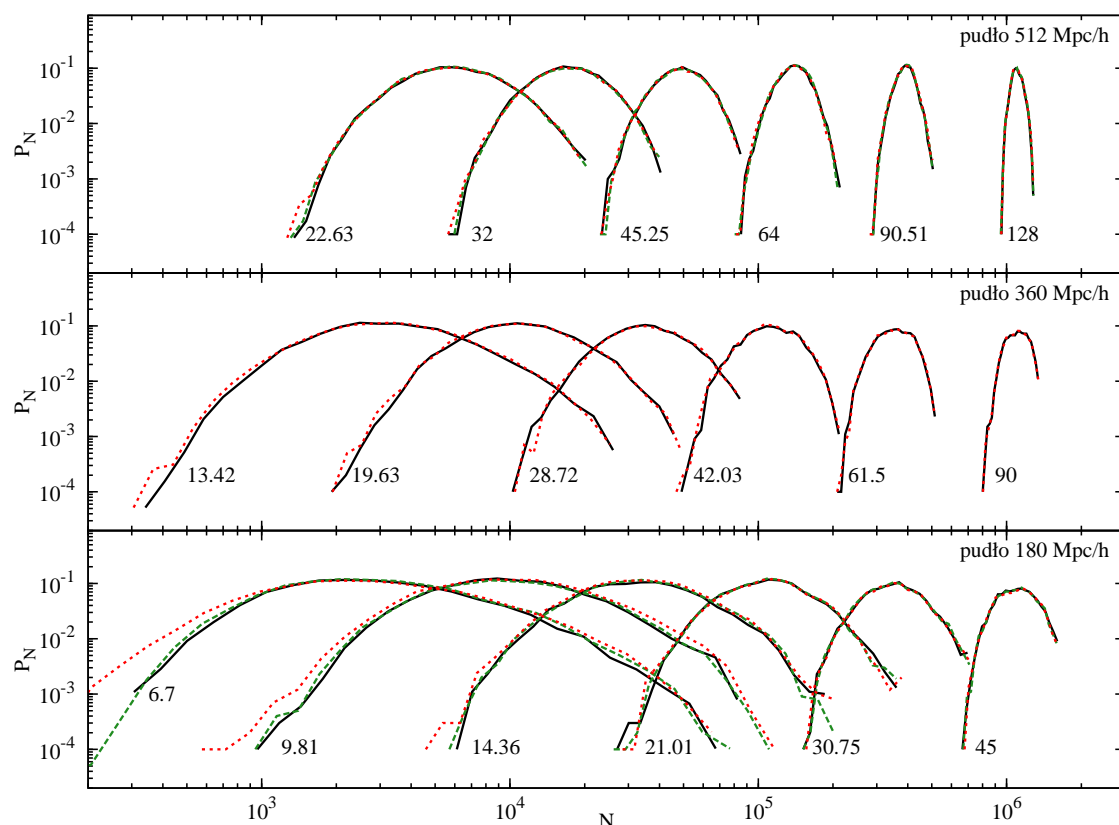
parametr obciążenia lub zafałszowania) pomiędzy polami gęstości CM i barionów wprowadza pojawienie się oddziaływań skalarnych w dynamice tej pierwszej. Próbę odpowiedzi na powyższe pytanie zawarliśmy w podrozdziale § 2.4, gdzie przedstawimy analizę wstępnych symulacji powstawania struktur w modelach ReBEL z uwzględnieniem ewolucji pola gęstości barionów.

2.3.5 Funkcje gęstości prawdopodobieństwa



Rysunek 2.14: Dystrybucje zliczeń w komórkach dla zespołów: Λ CDM (linie ciągłe), $\beta = 0.2$, $r_s = 1h^{-1}$ Mpc (linie kreskowane) i $\beta = 1$, $r_s = 1h^{-1}$ Mpc (linie kropkowane). Liczby przy krzywych oznaczają wielkość współporuszającego się promienia (w h^{-1} Mpc) komórek użytych przy obliczaniu danej funkcji gęstości prawdopodobieństwa. Trzy wykresy prezentują wartości P_N obliczone dla mniejszych promieni wygładzających w symulacjach o długościach pudła 512, 360 i 180 h^{-1} Mpc odpowiednio.

Jak wspominaliśmy już kilkakrotnie standardowy model kosmologiczny Λ CDM zakłada, że obserwowane wielkoskalowe struktury rozwinęły się z początkowych małych adiabatycz-



Rysunek 2.15: Oznaczenia są identyczne jak na rysunku 2.14. Tutaj pokazujemy funkcje P_N obliczone z oknami o większych promieniach.

ných zaburzeń gęstości o normalnym rozkładzie prawdopodobieństwa. Narastanie wyższych momentów zredukowanych w takim scenariuszu jest powodowane przez mechanizm niestabilności grawitacyjnej. Jak wynika z naszej analizy ewolucji czasowej skośności i kurtozy, w modelu ReBEL mamy do czynienia z większymi zaburzeniami gęstości na małych skalach i szybszym ich narastaniem w porównaniu do modelu Λ CDM [HELLWING I JUSZKIEWICZ (2009); HELLWING (2010); KESELMAN I IN. (2010); HELLWING I IN. (2010)]. By lepiej zrozumieć wpływ jaki na ewolucję pola gęstości CM i jego momentów mają dodatkowe oddziaływania skalarne przyjrzymy się teraz funkcjom prawdopodobieństwa. Funkcje prawdopodobieństwa P_N (dystrybucja zliczeń w komórkach) są estymatorami funkcji gęstości prawdopodobieństwa dla pól gęstości próbkowanych przez dyskretny zbiór cząstek. Funkcja P_N mierzy prawdopodobieństwo tego, że kulista komórka losowo umiejscowiona w pudle symulacyjnym będzie zawierać dokładnie N cząstek. P_N zależy *implicite* od promienia R sferycznych komórek użytych do jej wyliczenia. Jako statycznego estymatora tego prawdopodobieństwa

użyjemy dystrybucję częstości zdefiniowaną jako

$$P_N = C^{-1} \sum_{i=1}^C \delta_D(N_i = N) , \quad (2.28)$$

gdzie C oznacza liczbę komórek rzuconych w domenę obliczeniową, N_i to liczba obiektów (w tym przypadków cząstek CM) znalezionych w i -tej komórce, zaś δ_D to funkcja Delta Diraca. Powyższy wzór odpowiada nieskończeniu gęstemu próbkowaniu po N . W rzeczywistości ze względu na skończoną liczbę cząstek oraz skończoną liczbę przedziałów dla jakich próbujemy funkcję P_N , każdy przedział odpowiada raczej pewnemu przedziałowi wartości ΔN . Toteż w numerycznym algorytmie we wzorze (2.28) używamy funkcji Delta o argumencie $\delta_D(N - \Delta N \leq N_i \leq N + \Delta N)$.

Na rysunkach 2.14 i 2.15 umieściliśmy funkcje P_N wyliczone dla zespołów symulacji przeprowadzonych w pudłach o rozmiarach $512h^{-1}$ Mpc, $360h^{-1}$ Mpc i $180h^{-1}$ Mpc. Na pierwszym rysunku znalazły się funkcje prawdopodobieństwa zliczeń w komórkach obliczone przy użyciu komórek o mniejszych promieniach. Na drugim rysunku naszkicowaliśmy wartości funkcji policzone przy użyciu komórek o większych promieniach. Próbkowanie funkcji P_N zostało wykonane przy użyciu stałego kroku logarytmicznego dla $1 < N < 10^7$. W obu wspomnianych rysunkach, ze względu na zachowanie przejrzystości rysunków, ograniczyliśmy się do pokazania wszystkich modeli z wyjątkiem modelu ReBEL z $\beta = -0,5$.

Analiza rysunków 2.14 i 2.15 bez cienia wątpliwości prowadzi do wniosku, że oddziaływania skalarne rozciągają funkcje prawdopodobieństwa P_N (a zatem i odpowiadające im ciągłe funkcje gęstości prawdopodobieństwa $p(\delta)$) w kierunku mniejszych wartości N . Dla rzeczywistego pola gęstości oznacza to, że we wszystkich modelach ReBEL prawdopodobieństwo znalezienia obszarów o niskim kontraście gęstości $\delta < 0$ jest większe. Co bardzo interesujące i warte podkreślenia, rozciągnięcie i zwiększenie wartości funkcji P_N (w porównaniu do wartości Λ CDM) w obszarze niskich gęstości nie idzie w parze z pojawianiem się odchyłek dla wysokogęstościowych ogonów funkcji. To jest w obszarze wysokich gęstości $N > \langle N \rangle$ ($\delta > 0$) wartości funkcji P_N z symulacji ReBEL są bardzo bliskie wartościom wzorcowego modelu Λ CDM.

Powyższe spostrzeżenia wskazują na istotne dwa fakty. Po pierwsze obserwowane zmiany w kształcie funkcji prawdopodobieństwa pojawiające się w polach gęstości ReBEL zgadzają się dokładnie z tym co zaobserwowaliśmy wcześniej podczas analizy skośności i kurtozy. Siły skalarne rozciągając wartość dystrybucji zliczeń w komórkach dla małych wartości N zmniejszają asymetrię funkcji prawdopodobieństwa, a zatem i moment S_3 tą asymetrię mierzący. Równocześnie oddziaływania skalarne zwiększają również wartości funkcji P_N dla

$N < \langle N \rangle$ a zatem zmniejszając miarę koncentracji S_4 czyniąc rozkład nieco mniej leptokurtycznym. Zatem zmierzony przez nas wcześniej wpływ oddziaływań skalarnych w CM na wartości momentów zredukowanych pola gęstości zgadza się dokładnie z obserwowanymi zmianami kształtu funkcji prawdopodobieństwa. Po drugie i co istotniejsze dzięki zilustrowaniu zmian kształtu funkcji P_N w modelach ReBEL możemy pokusić się o interpretację fizyczną obserwowanych efektów. Rozciągnięcie wartości funkcji P_N w kierunku niskich gęstości oznacza, że statystycznie rzecz biorąc w polu gęstości CM z oddziaływaniem skalarnym prawdopodobieństwo znalezienia obszarów o rozmiarach $R \lesssim 10h^{-1}$ Mpc, których gęstość jest niższa od gęstości średniej ($\delta < 0$) jest większe. Pochopnie można by to zinterpretować jako większą liczbę pustek kosmicznych. Musimy jednak pamiętać, że w modelu ReBEL zmienia się tylko dynamika CM, jednak model ReBEL zakłada wciąż takie same warunki początkowe dla pola gęstości jak model Λ CDM. Innymi słowy, pierwotny rozkład gęstości prawdopodobieństwa zaburzeń gęstości pola jest taki sam w obu modelach. Zatem początkowa liczba obszarów o gęstości niższej od gęstości średniej, a zatem protoplastów przyszłych pustek kosmicznych, jest taka sama w obu modelach. Toteż bardziej poprawna interpretacja zaobserwowanych efektów prowadzi do przyjęcia, że to nie statystycznie średnia liczba obszarów pustek się zwiększa lecz pustki w modelu ReBEL charakteryzują się niższymi wartościami kontrastu gęstości. Oznacza to, że w modelu ReBEL małe i średnie pustki kosmiczne ($R \leq 10h^{-1}$ Mpc) zawierają średnio rzecz biorąc mniej materii. Jest to na pewno istotne spostrzeżenie w kontekście problemu pustek kosmicznych opisanego przez nas w podrozdziale § 1.4.1. Czy „bardziej puste” pustki modelu ReBEL będą w stanie pomóc w wyjaśnieniu problemu braku galaktyk karłowatych w lokalnej pustce okaże się dopiero po analizie sztucznych katalogów galaktyk skonstruowanych na podstawie symulacji kosmologicznych modelu ReBEL zawierających również pole barionów. Wydaje się jednak, że efektywniejsze oczyszczanie obszarów pustek kosmicznych pojawiające się na skutek istnienia dodatkowych oddziaływań pomiędzy cząstkami CM, może utrudnić powstawanie mocno odizolowanych galaktyk w pustkach. Po prostu graniczące z pustkami skupiska materii (gromady i supergromady galaktyk) efektywniej akreują na wczesnych etapach materię z pustek, bez względu na to czy materia wymiatana z pustek będzie występować w postaci związanej (hala i galaktyki) czy nie (gaz i swobodna CM). Ta kwestia wymaga jednak dokładniejszego zbadania.

Ponieważ piki wysokiej gęstości mają znacznie mniejsze rozmiary od pustek kosmicznych, dlatego też funkcje P_N zilustrowane na rysunkach 2.14 i 2.15 nie różnią się zasadniczo między modelami w obszarach o wysokich gęstościach $N > \langle N \rangle$. Jakikolwiek róż-

nice w wartościach P_N między modelami ReBEL a Λ CDM widoczne są tylko dla funkcji policzonych przy użyciu najmniejszych promieni komórek próbkujących. Użyte przez nas promienie wygładzające nie pozwalają na analizę różnic pomiędzy modelami w obszarze o wysokich kontrastach gęstości. Tym zagadnieniem zajmiemy się w następnym rozdziale, gdzie będziemy badać wpływ oddziaływań skalarnych na obiekty związane grawitacyjnie - hala CM.

2.4 Pole gęstości barionów

Obserwacje astronomiczne dotyczące statystyki wielkoskalowych struktur we Wszechświecie dotyczą oczywiście bezpośrednio pola gęstości barionów. Dlatego kwestia czy, a jeżeli tak, to w jakim stopniu, efekty oddziaływań ReBEL widoczne w statystycznych miarach pola gęstości CM pojawiają się również w towarzyszącym polu gęstości barionów jest bardzo istotna.

Niedawno w pracy [KESELMAN I IN. (2010)] Keselman, Nusser i Peebles przedstawili analizę numerycznie modelowanego wzrostu kosmicznych struktur z polem barionów i polem CM symulowanym jednocześnie. Analiza tych autorów sugeruje, że efekty sił ReBEL pojawiające się w polu CM na małych skalach mimo, że z mniejszymi amplitudami to są nadal widoczne w towarzyszącym polu gęstości barionów (patrz cytowana praca i rysunki 3, 4 i 14 tamże). Niestety symulacje przedstawione w tej pracy cechują się dosyć niską rozdzielczością mas oraz sił. Ponieważ jak już wykazaliśmy, efekty oddziaływań skalarnych są największe na galaktycznych skalach odległości ($\lesssim 1h^{-1}$ Mpc), dlatego konieczna jest dokładniejsza i bardziej precyzyjna analiza wpływu dodatkowego oddziaływania CM na towarzyszące struktury barionowe.

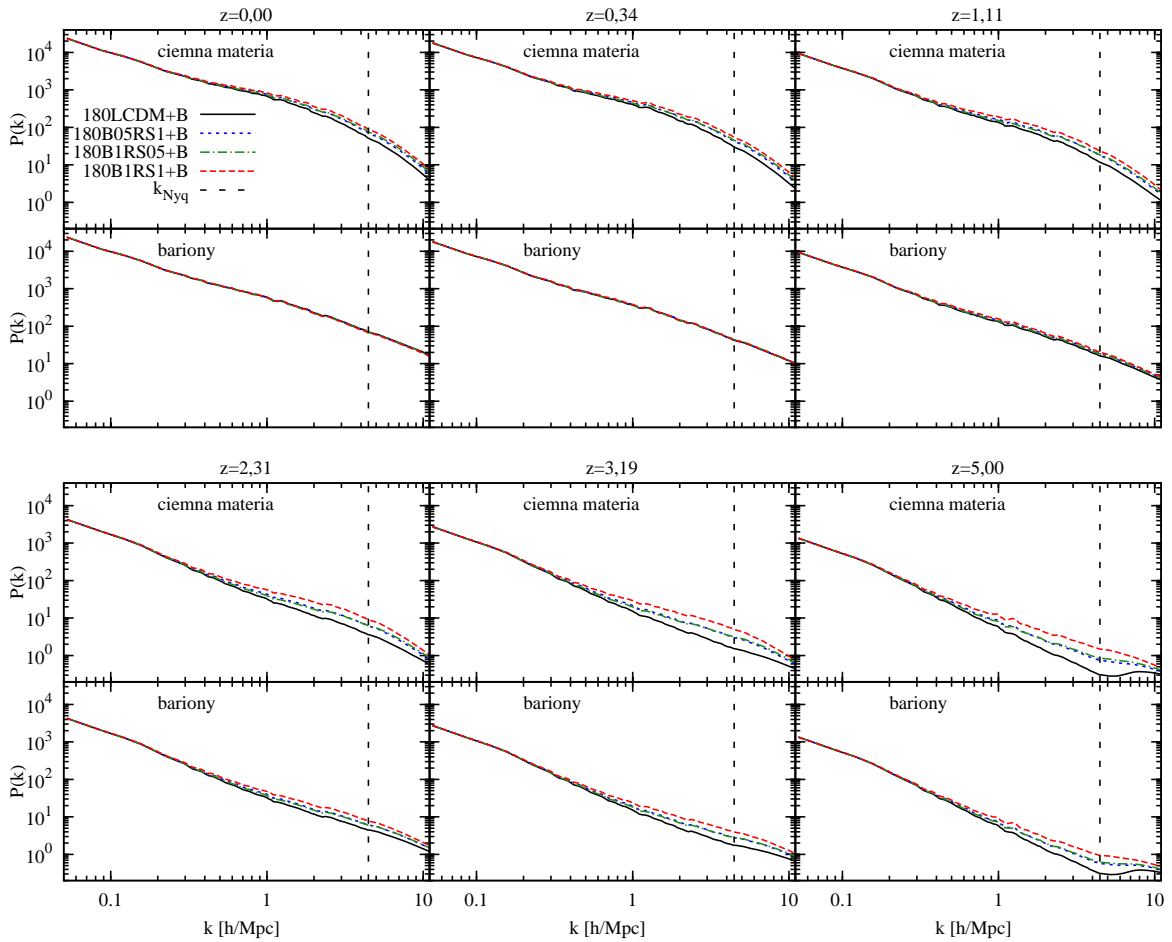
Obliczenia komputerowe dotyczące symulacji wysokiej rozdzielczości zawierające bezwzględne cząstki CM materii jak i cząstki próbkujące pole gęstości barionów ze względu na dodatkową skomplikowaną fizykę barionową (modelowanie ciśnienia, entropii i chłodzenia) są bardzo kosztowne obliczeniowo a zatem i długotrwałe. Na chwilę obecną autor zdołał przeprowadzić po dwie symulacje dla każdego zespołu rozważanych tutaj modeli. Zaledwie dwie realizacje na model to zbyt mała próbka by rzetelnie oszacować błędy poprzez metodę uśredniania, wszelako zdecydowaliśmy się przedstawić wyniki analizy tych symulacji. Zastrzegamy jednak, że ze względu na brak rzetelnego oszacowania błędów przedstawiona w tym podrozdziale analiza ma wstępny i przybliżony charakter.

2.4.1 Modelowanie numeryczne

Podstawowa hydrodynamika związana z numerycznym modelowaniem powstawania struktury barionów została opisana w pierwszym rozdziale. Tutaj dodamy, że poza podstawową wygładzoną cząstkową hydrodynamiką zastosowaliśmy modelowanie dodatkowego procesu chłodzenia i grzania barionów. Promieniste grzanie i chłodzenie barionów poprzez proces fotojonizacji zostało zaimplementowane w podobny sposób jak przedstawiony w pracy [KATZ I IN. (1996)]. Balans jonizacyjny pomiędzy helem a wodorem jest obliczany w obecności osobno zdefiniowanego zależnego od czasu tła promieniowania ultrafioletowego, przy założeniu kolizyjnej równowagi jonizacyjnej. Dodatkowo została dodana metoda nierównowagowego traktowania pierwotnej chemii dziewięciu pierwiastków/izotopów [YOSHIDA I IN. (2003)]. Algorytm ten pozwala na chłodzenie gazu barionowego poprzez powstawanie cząsteczkowego wodoru. Powyższe metody rozszerzające podstawową hydrodynamikę pozwalają na numeryczne modelowanie procesu zimnego kolapsu gazu barionowego. Powstawanie zimnej fazy gazu barionowego jest jednym z zasadniczych procesów pozwalających na tworzenie się galaktyk wewnątrz hal CM. Dla uproszczenia obliczeń zrezygnowaliśmy z modelowania procesów gwiazdotwórczych w zimnych obłokach cząsteczkowego wodoru.

2.4.2 Trójwymiarowe widmo mocy

Jak wykazaliśmy w podrozdziale § 2.3.1 widmo mocy zaburzeń gęstości CM modeli ReBEL ma większą amplitudę od widma mocy SMK na skalach $O(r_s)$ i mniejszych. W naszym modelu bariony nie „odczuwają” bezpośrednio dodatkowych oddziaływań skalarnych. Jednak z drugiej strony z uwagi na to, że to CM jest dominującym składnikiem wielkoskalowych struktur kosmicznych, dynamika pola gęstości barionów na dużych skalach jest zdominowana przez potencjał grawitacyjny CM. Dlatego problem, w jaki sposób zmiany w przestrzennym grupowaniu się CM wywołują zmiany w przestrzennych korelacjach barionów jest nietrywialny. By zmierzyć się z tym problemem przeanalizujemy wykresy umieszczone na rysunku 2.16. Rysunek ten przedstawia ewolucję czasową od $z = 5,0$ do $z = 0$ widm mocy zaburzeń gęstości badanych modeli. Widma mocy prezentujemy z rozbiem na moc zaburzeń w polu gęstości CM (górne połowy wykresów) i polu barionów (dolne połowy wykresów). Na wstępie zauważmy, że widma mocy CM obliczone dla $z = 0$ obrazują taki sam efekt jaki zbadaliśmy już w § 2.3.1. Amplitudy widm mocy coraz silniejszych modeli ReBEL są większe od mocy w widmie SMK na skalach $R \lesssim 1h^{-1}$ Mpc. Jednocześnie, gdy spojrzymy na odpowiadający temu redshiftowi wykres z widmami mocy zaburzeń gęstości



Rysunek 2.16: Ewolucja czasowa widm mocy zaburzeń gęstości barionów (dolne połowy wykresów) i ciemnej materii (górne połowy wykresów). SMK (180LCDM+B) oznaczony jest czarną ciągłą linią, zaś modele ReBEL są oznaczone odpowiednio czerwoną kreskowaną linią (model 180B1RS1B+), niebieską kropkowaną linią (180B05RS1B+) oraz zieloną kreskowaną linią (180B1RS05B+). Pionowe kreskowane czarne linie oznaczają liczbę falową Nyquista dla tych symulacji.

barionów, to zauważymy, że widma mocy modeli ReBEL jak i Λ CDM mają zgodne amplitudy w całym zmierzonym zakresie liczb falowych. Jest to bardzo ważny wynik. Okazuje się bowiem, że w modelach z oddziaływaniem skalarnym cząstek CM, dodatkowa moc zaburzeń obserwowana na małych skalach w polu CM nie pojawia się w polu barionów dla $z = 0$. Toteż możemy stwierdzić, że dla chwili obecnej ($a = 1$) pomiędzy polem gęstości CM a polem gęstości barionów pojawia się dodatkowy parametr obciążenia na skalach $R \lesssim O(r_s)$. Niestety nie jest jasne, jakie ten efekt może przynieść implikacje obserwacyjne. Jest tak dlatego, że obserwacyjnym estymatorem pola gęstości barionów i CM są galaktyki

i ich gromady. Galaktyki i gromady galaktyk znajdują się w środkach nieliniowych (zazwyczaj zwiralizowanych) obiektów związanych grawitacyjnie - hal CM. Hala ciemnej materii śledzą pole gęstości tła, jednak relacja pomiędzy przestrzenną dystrybucją hal a polem gęstości masy jest związana funkcją obciążenia $b(M, R, \delta) = \delta_h(M, R, \delta)/\delta$ (gdzie $\delta_h(M, R, \delta)$ jest średnim kontrastem gęstości hal o masach M w sferach o promieniu R z kontrastem gęstości pola masy δ), która w ogólności jest nieliniowa [Mo i WHITE (1996)]. By zbadać dokładnie ten efekt potrzebne będzie skonstruowanie sztucznych katalogów galaktyk z odpowiednio dobraną modelującą funkcją dystrybucji galaktyk w halach CM i porównanie tak skonstruowanych katalogów z obserwacjami. Jest to bardzo skomplikowane zadanie i niestety wykracza ono poza ramy niniejszej rozprawy.

Powróćmy jeszcze do rysunku 2.16 i prześledźmy ewolucję czasową widm mocy obu pól gęstości. W miarę jak przesuwamy się do wcześniejszych chwil ewolucji pól gęstości zauważamy, że amplituda widma mocy zaburzeń gęstości barionów w modelach ReBEL zaczyna odbiegać od amplitudy widma mocy barionów modelu Λ CDM dla skal porównywalnych z efektywnym zasięgiem oddziaływań skalarnych. Największą rozbieżność obserwujemy dla najwcześniejszej zapisanej chwili, tj. dla $z = 5$. Co więcej podobny efekt dotyczy również różnicy w amplitudach widm mocy CM. Jest to podobny efekt do tego, jaki zmierzylismy podczas analizy czasowej ewolucji skośności i kurtozy pól gęstości CM w podrozdziale § 2.3.4. Tym razem jednak w przeciwieństwie do ewolucji S_3 i S_4 nie obserwujemy by różnica amplitud widm ReBEL i SMK osiągała swoje maksimum w przedziale $0 \leq z \leq 5$, jest ona raczej monotoniczna w tym przedziale. Być może osiąga ona swoje maksimum dla wcześniejszych etapów ewolucji, niestety ze względu na ograniczoną liczebność naszego archiwum zapisanych pól gęstości stwierdzenie to pozostaje spekulacją. Niemniej obserwujemy bardzo ciekawe zjawisko. Na skalach, na których wkład ewolucję pola gęstości sił ReBEL jest efektywny i znaczący, tj. na skalach porównywalnych ze stałą ekranowania i mniejszych, ewolucja zaburzeń gęstości jest szybsza w modelu ReBEL niż w SMK dla wczesnych chwil. Jednak później dla mniejszych redshiftów moc zaburzeń gęstości w modelach ReBEL rośnie wolniej niż moc w modelu Λ CDM, dzięki czemu różnice w amplitudach widm mocy pomiędzy modelami zmodyfikowanymi a modelem standardowym zmniejszają się. Ponieważ siły skalarnie oddziałują na bariony tylko pośrednio poprzez dominujące pole gęstości CM, efekt ten jest silniejszy dla barionów właśnie. Dlatego dla późnych etapów ewolucji barionowe widmo mocy Λ CDM niejako „dogania” barionowe widmo mocy ReBEL, tak, że różnice ich amplitud stają się statystycznie nieznaczące. Interpretację fizyczną zaobserwowanych efektów przedstawimy w następnym podrozdziale po analizie skośności

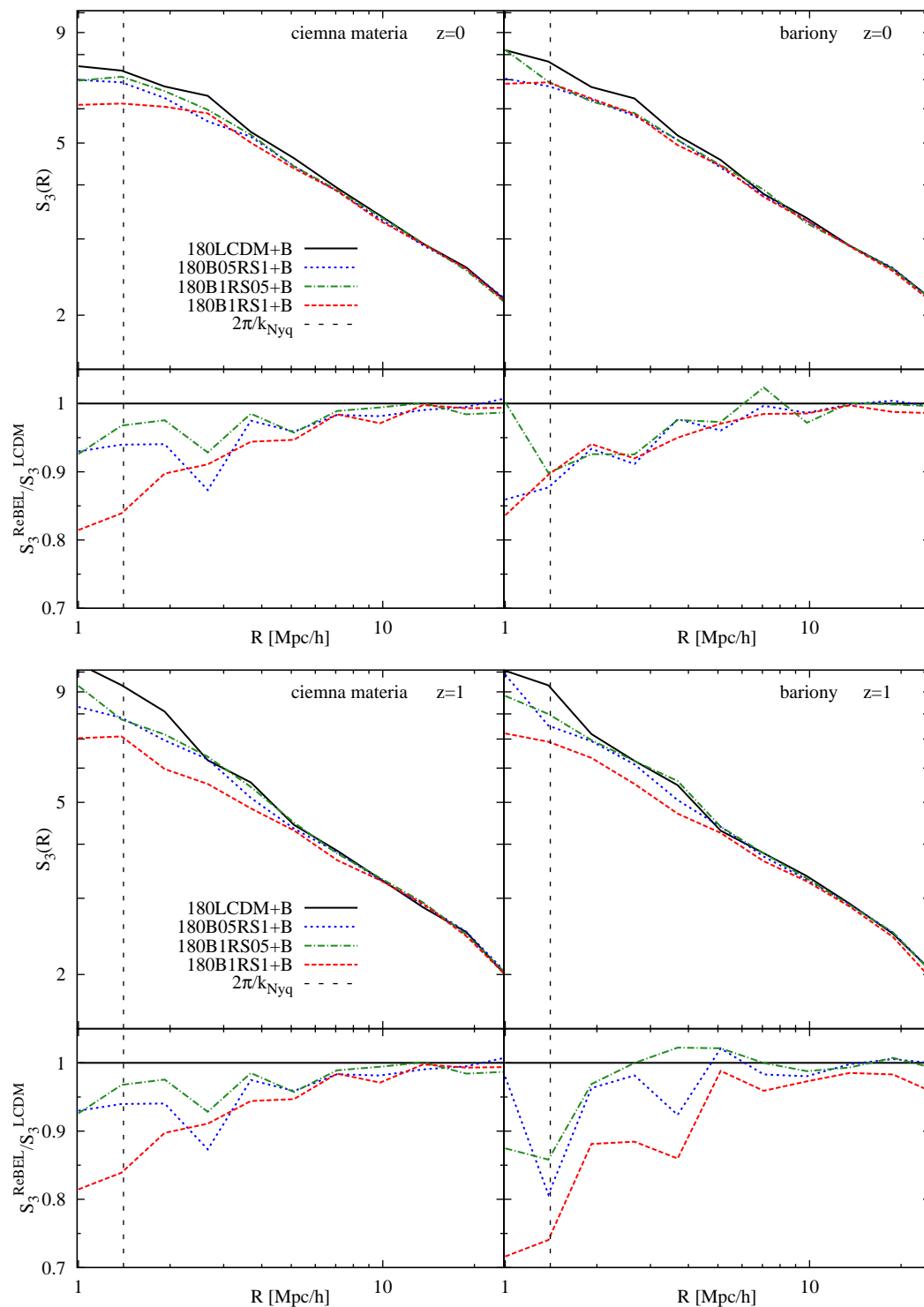
i kurtozy pól gęstości barionów i CM.

2.4.3 Skośność i kurtoza

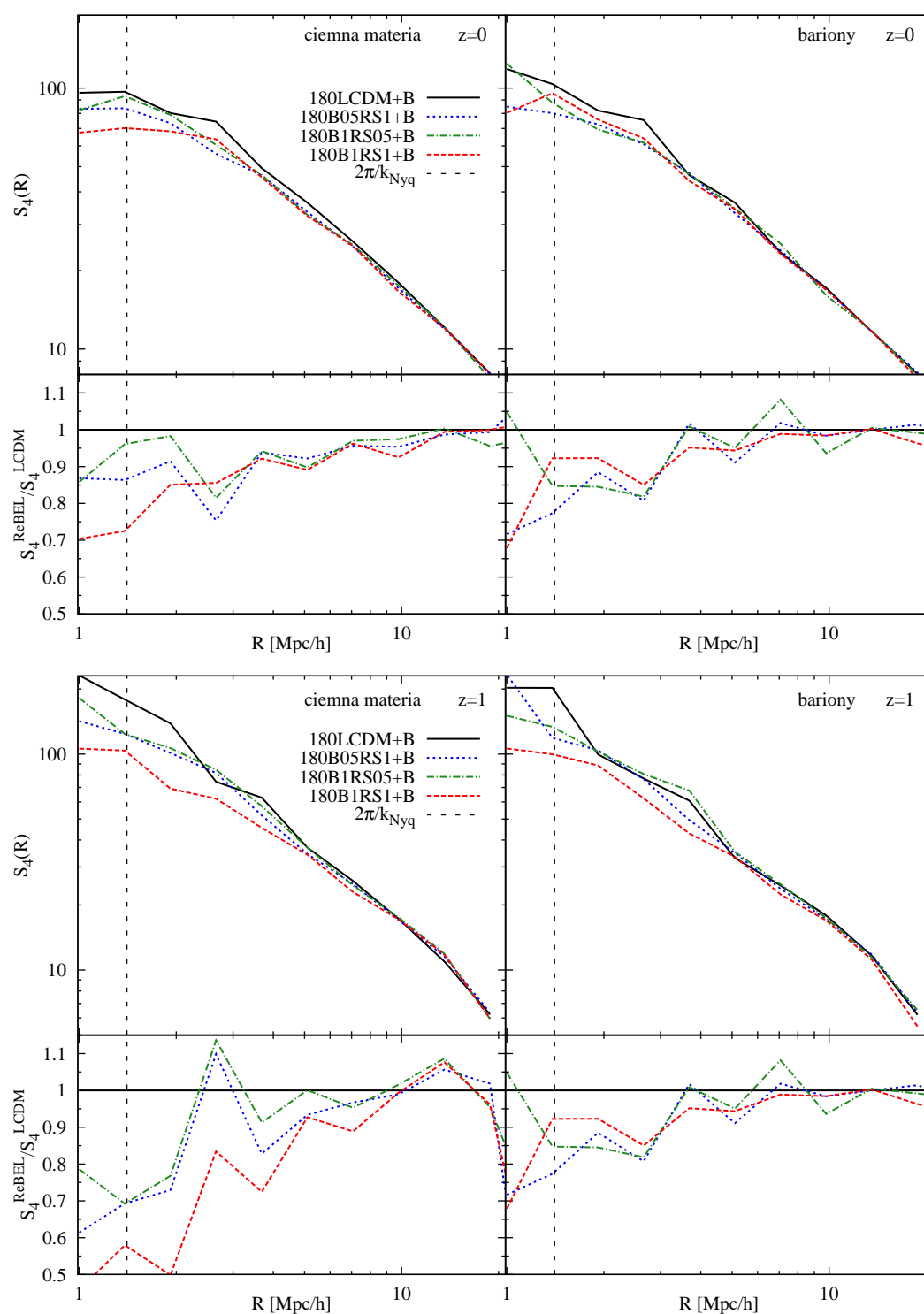
Po analizie widma mocy, czyli fourierowskiego obrazu 2-punktowej funkcji korelacyjnej czas przyjrzyć się wyższym momentom zredukowanym pól gęstości barionów i CM w naszych modelach.

Na rysunkach 2.17 i 2.18 umieściliśmy wykresy przedstawiające amplitudy hierarchiczne S_3 i S_4 pól barionów i CM oraz stosunki skośności i ekscesu modeli ReBEL do skośności i ekscesu SMK dla dwóch różnych etapów ewolucji kosmicznej struktury $z = 0$ oraz $z = 1$. Ze względu na niewielką ilość realizacji wyniki są bardzo zaszumione na małych skalach. Niemniej możemy odczytać ogólne tendencje jakie pojawiają się w ewolucji tych dwóch amplitud hierarchicznych. Wykresy dotyczące pól gęstości CM potwierdzają nasze wcześniejsze wyniki z podrozdziału § 2.3.4. Na skalach istotnych dla naszych modeli, zarówno S_3 jak i S_4 pola CM w modelach ReBEL mają niższe wartości od odpowiednich momentów zmierzonych dla modelu Λ CDM i tym razem również ta rozbieżność jest większa dla wyższego parametru poczerwienienia kosmologicznego. To co nas w tej chwili najbardziej interesuje znajduje się na wykresach umieszczonych po prawej stronie na każdym rysunku. Są to wartości skośności i kurtozy zmierzone dla pól gęstości barionów. Odnotowujemy, że efekt sił skalarnych oddziałujących na cząstki CM jest również widoczny w amplitudach hierarchicznych pola gęstości barionów. Barionowa skośność i kurtoza modeli ReBEL są również mniejsze od odpowiadającym im wartościom SMK dla skal, dla których jak już ustaliliśmy siły ReBEL dają zauważalny wkład. Co więcej, z wykresów sporządzonych dla wcześniejszego etapu ewolucji wynika, że różnica pomiędzy S_3 i S_4 modeli ReBEL a SMK jest większa dla pola gęstości barionów, a nie jak to obserwowaliśmy w przypadku widma mocy dla pola gęstości CM. Jest to bardzo interesujące, gdyż ten właśnie efekt może być potencjalnie obserwowalny. Mimo skomplikowanej w ogólności relacji wiążącej gładkie pole gęstości masy tła z galaktykami i halami CM, niższa skośność i kurtoza pola gęstości powinna dać zauważalny wkład do przestrzennych korelacji galaktyk. Przestrzenne korelacje hal CM zbadamy w następnym rozdziale.

Przedstawimy teraz naszą interpretację fizyczną opisanych powyżej efektów. Początkowe małe zaburzenia gęstości mają w obu modelach charakter gaussowski. Wczesna ewolucja pola gęstości ma charakter liniowy, to jest mody fourierowskie odpowiadające zaburzeniom o różnych skalach ewoluują niezależnie. W miarę jak proces niestabilności grawitacyjnej zwiększa kontrast gęstości, zaburzenia o coraz większych rozmiarach wchodzą w reżim



Rysunek 2.17: Skośność pola gęstości barionów i CM. U góry prezentujemy wyniki dla $z = 0$, zaś w dolnej części rysunku dla $z = 1$. Górne części wykresów prezentują wartości $S_3(R)$, zaś dolne części wykresów iloraz S_3^{ReBEL}/S_3^{LCDM} .



Rysunek 2.18: Kurtoza pola gęstości barionów i CM. U góry prezentujemy wyniki dla $z = 0$, zaś w dolnej części rysunku dla $z = 1$. Górne części wykresów prezentują wartości $S_4(R)$, zaś dolne części wykresów iloraz S_4^{ReBEL}/S_4^{LCDM} .

nieliniowej ewolucji. Nieliniowe zaburzenia gęstości nie ewoluują już oddzielnie, lecz zaczynają oddziaływać na siebie nawzajem. Ponieważ rozważane tutaj oddziaływania skalarnie cząstek CM mają skończony zasięg, efektywnie ograniczony przez stałą we współporuszającym układzie współrzędnych długość ekranowania, to wzmacniają one ewolucję tylko modów z $k \lesssim 2\pi/r_s$. Odpowiednie mody zaburzeń narastają więc szybciej w modelu ReBEL niż w modelu Λ CDM (patrz równanie (1.92) w pierwszym rozdziale), zatem szybciej również związane z nimi kontrasty gęstości osiągają nieliniową granicę $\delta \gg 1$. Ponieważ zaburzenia w modelu ReBEL o rozmiarach $R \lesssim r_s$ wcześniej wchodzą w nieliniowy etap ewolucji to odpowiednie amplitudy $P(k)$, S_3 i S_4 związane z modelem ReBEL na tych skalach odbiegają od wartości SMK. W miarę jak w modelu Λ CDM zaburzenia gęstości o dyskutowanych rozmiarach wchodzą w etap nieliniowy, różnice pomiędzy SMK a ReBEL zmniejszają się, co dokładnie obserwujemy w przeprowadzonych symulacjach kosmologicznych.

Reasumując, przedstawione w tym podrozdziale badania, mimo iż mają charakter wstępny, wskazują na istotę różnicy pomiędzy SMK a modelem ReBEL. W ogólności proces powstawania wielkoskalowych struktur materii w obu modelach jest podobny, jego wynikiem jest powstanie wielkoskalowej struktury kosmicznej sieci z pustkami jako dominującymi przestrzennie składnikami i zgęstkami materii układającymi się we włókna, płachty i hala. Jednakże podstawowa różnica polega na tym, że na skalach, na których oddziaływania skalarnie są efektywne, proces powstawania i ewolucji kosmicznych struktur jest przyspieszony w modelu ReBEL względem Λ CDM. Nielinowe i gwałtowne powstawanie struktur na galaktycznych skalach odległości występuje w obu modelach, lecz w przypadku modelu ReBEL ta gwałtowna część (wirializacja, połączenia galaktyk, akrecja otaczającej materii i zaburzenia pływowe) jest przesunięta do odpowiednio wcześniejszych etapów kosmicznej historii. Może mieć to ciekawe i ważne implikacje dla teorii powstawania galaktyk. Szerzej tym problemem zajmiemy się w następnym rozdziale.

2.5 Podsumowanie

W rozdziale tym przedstawiliśmy wyniki i ich analizę przeprowadzonych przez nas symulacji kosmologicznych powstawania wielkoskalowych struktur w polach gęstości CM i barionów w modelach ReBEL i Λ CDM. Nasza analiza dotyczyła statystyki wielkoskalowych pól gęstości, a w szczególności widma mocy zaburzeń gęstości $P(k)$, N-punktowych funkcji korelacyjnych ξ_n i związanych z nimi hierarchicznych amplitud S_n oraz funkcji gęstości prawdopodobieństwa P_N . Do najważniejszych wyników naukowych przedstawionych

przez nas w tym rozdziale należy wykazanie, że:

- model ReBEL pomimo zmodyfikowanej dynamiki wytwarza wielkoskalowe struktury materii statystycznie równoważne strukturom modelu Λ CDM na skalach $R \geq 8h^{-1}$ Mpc,
- widma mocy barionowego pola gęstości dla $z = 0$ nie wykazuje różnic pomiędzy modelami ReBEL a SMK dla wszystkich zbadanych liczb falowych,
- różnice pomiędzy statystycznymi obserwablami związanymi z polami gęstości (widmo mocy, skośność i kurtoza) modeli ReBEL a modelem Λ CDM są większe dla wyższych redshiftów; przy czym dla CM sygnał osiąga maksimum w okolicy $0,5 < z < 2,0$, zaś dla pola gęstości barionów sygnał (różnice w wartości pomiędzy ReBEL a SMK) zachowuje się monotonicznie i jest najsilniejszy dla najwcześniejszej zbadanej przez nas chwili ewolucji $z = 5$,
- analiza funkcji gęstości prawdopodobieństwa kontrastu gęstości pola CM implikuje, że wielkoskalowe pustki w modelu ReBEL statystycznie zawierają mniej materii (odpowiadający kontrast gęstości δ osiąga niższe wartości) niż pustki w SMK,
- różnice w wartościach amplitud hierarchicznych na skali $R = 1,38h^{-1}$ Mpc pomiędzy modelem ReBEL a Λ CDM w przypadku kurtozy są większe niż dla skośności pola gęstości,
- „ślad” oddziaływań skalarnych CM pojawiający się w towarzyszącym polu barionów jest zauważalny, zwłaszcza dla wczesnych etapów ewolucji; niemniej analiza związana z barionami nie jest ściśle konkluzyjna bowiem liczba symulacji zawierających różne realizacje wyjściowego widma mocy była niewystarczająca by wynikom przypisać statystyczną wagę,
- nieliniowa ewolucja pola gęstości na skalach $R \sim O(r_s)$ i mniejszych zaczyna się wcześniej w modelu ReBEL; *videlicet* kosmiczna struktura materii na galaktycznych skalach odległości powstaje wcześniej w modelu ReBEL.

Powyższe wyliczenie upoważnia nas to stwierdzenia, że po pierwsze efekty związane z istnieniem dodatkowego oddziaływania pomiędzy cząstkami CM powinny dać teoretycznie obserwowalny sygnał związany z wielkoskalowym polem gęstości. To jaka jest szacowana teoretyczna wielkość tego sygnału wymaga dalszych badań. Po drugie możemy stwierdzić,

że część obserwowanych efektów ReBEL idzie w dobrym kierunku jeżeli chodzi o dyskutowane w pierwszym rozdziale problemy modelu Λ CDM. W szczególności „produkcja” bardziej pustych pustek oraz szybsze powstawanie struktury może pomóc złagodzić napięcia pomiędzy teorią a obserwacjami SMK.

Obiekty związane grawitacyjnie - hala CM

3.1 Wstęp

W tym rozdziale zajmiemy się badaniem wpływu oddziaływań skalarnych na własności wewnętrzne jak i korelacje przestrzenne hal CM. Hala CM to bardzo ważne obiekty pojawiające się w wielkoskalowym polu gęstości. Są to obiekty związane grawitacyjnie, które powstając, tworzą hierarchiczną strukturę. To właśnie hala ciemnej materii tworzą „gniazda”, w środku których chłodny zapadający się gaz barionowy tworzy galaktyki. Zatem hala CM są niejako „domami” w których zamieszkują galaktyki wraz ze swoimi satelitami, oraz grupy i gromady galaktyk. Własności hal CM są od szeregu lat badane za pomocą symulacji N-ciałowych [POWER I KNEBE (2006); POWER I IN. (2003); KAZANTZIDIS I IN. (2004); KRAVTSOV I IN. (2004B); WHITE I FRENK (1991); KLYPIN I IN. (1999); MOORE (2001); KRAVTSOV I IN. (2004A); TINKER I CONROY (2009); STEWART I IN. (2008A); NAVARRO I IN. (1997); REED I IN. (2007); WARREN I IN. (1992)], dlatego bardzo ważne jest zbadanie czy, i jeżeli tak to jak, dodatkowe oddziaływania skalarne wpływają na własności hal CM?

Część wyników zaprezentowanych w tym rozdziale została już zawarta w pracach [HELLWING I IN. (2010)] i [HELLWING (2010)]. W pierwszej pracy przedstawiono wyniki badań wpływu modelu ReBEL na czasy uformowania się hal. W pracy tej drugi autor Steffen R. Knollman sporządził katalogi hal CM wykorzystując program AHF i symulacje N-ciałowe wykonane przez autora rozprawy, oraz wygenerował drzewa połączeń dla tych katalogów. Trzeci autor wspomnianej pracy Alexander Knebe kontrybuował razem z drugim autorem do dyskusji uzyskanych wyników. Wykład wspomnianych współautorów został za ich zgodną wykorzystany i przedstawiony również w tej rozprawie. Wszystkie obliczenia i estymacje parametrów we wspomnianej pracy zostały wykonane przez autora rozprawy. Druga wspomniana praca porusza zagadnienie profili gęstości oraz parametrów opisujących geometrię

hal CM w modelach ReBEL. Przedstawia ona wstępne wyniki wspomnianych zagadnień uzyskane na podstawie symulacji o niższej, niż wykorzystane w tej rozprawie, symulacje. Autor rozprawy jest również jedynym autorem wspomnianej pracy.

3.2 Modelowanie numeryczne

Tablica 3.1: Parametry symulacyjne i kosmologiczne występujące w zespołach symulacji. Nr oznacza liczbę losowych realizacji tego samego początkowego widma mocy $P(k)$, β i r_s [h^{-1} kpc] to użyte w zespole symulacji parametry modelu ReBEL, L oznacza długość pudła obliczeniowego (w h^{-1} Mpc), z_{wp} to poczerwienie warunków początkowych symulacji, Ω_m i Ω_Λ określają bezwymiarowe parametry gęstości odpowiednio materii i stałej kosmologicznej dla chwili obecnej $z = 0$, σ_8 to amplituda fluktuacji gęstości w sferze o promieniu $8h^{-1}$ Mpc, h oznacza obecną wartość bezwymiarowego parametru Hubble’a, m_p to masa cząstki podzielona przez $10^8 h^{-1} M_\odot$, ε to uzyskana rozdzielczość sił (w h^{-1} kpc) i w końcu przez l oznaczyliśmy tutaj średnią odległość międzycząstkową danego zespołu symulacji (w h^{-1} kpc), zaś N_{cz} to liczba cząstek użytych w eksperymencie.

zespół	Nr	β	r_s	L	z_{wp}	Ω_m	Ω_Λ	σ_8	h	m_p	ε	l	N_{cz}
180LCDM	8	0	0	180	40	0,3	0,7	0,8	0,7	289	168	703	256^3
180B-05RS1000	8	-0,5	1000	180	40	0,3	0,7	0,8	0,7	289	168	703	256^3
180B02RS1000	8	0,2	1000	180	40	0,3	0,7	0,8	0,7	289	168	703	256^3
180B1RS1000	8	1	1000	180	40	0,3	0,7	0,8	0,7	289	168	703	256^3
32LCDM	1	0	0	32	50	0,3	0,7	0,8	0,7	0,203	6	62,5	512^3
32B05RS100	1	0,5	100	32	50	0,3	0,7	0,8	0,7	0,203	6	62,5	512^3
32B05RS200	1	0,5	200	32	50	0,3	0,7	0,8	0,7	0,203	6	62,5	512^3
32B05RS500	1	0,5	500	32	50	0,3	0,7	0,8	0,7	0,203	6	62,5	512^3
32B05RS1000	1	0,5	1000	32	50	0,3	0,7	0,8	0,7	0,203	6	62,5	512^3
32B1RS1000	1	1,0	1000	32	50	0,3	0,7	0,8	0,7	0,203	6	62,5	512^3

Do analizy własności własnych hal CM potrzebować będziemy symulacji N-ciałowych o najwyższej możliwej rozdzielczości sił i mas. Z drugiej strony, jeżeli chcemy zbadać własności korelacji przestrzennych hal to musimy użyć symulacji o odpowiednio dużym rozmiarze pudła. Ze względu na to, że w kosmologicznych symulacjach N-ciałowych rozmiar pudła jest antyskorelowany z rozdzielczością mas zdecydowaliśmy się użyć dwóch różnych zestawów symulacji. Pierwszy zbiór symulacji to zespół statystyczny symulacji wykonanych w pudle obliczeniowym o długości $180h^{-1}$ Mpc we współrzędnych współporuszających się. Będą to dokładnie te same symulacje jakich wyniki analizowaliśmy w poprzednim

rozdziale. Cechują się one odpowiednio dużą objętością lecz zarazem bardzo słabą rozdzielczością, dlatego katalogi hal utworzone z tych wyników tych symulacji będą zawierały tylko spisy obiektów związanych grawitacyjnie. Jednak własności wewnętrzne hal z tych symulacji nie będą dobrze określone ze względu na zbyt małą liczbę cząstek przypadających na pojedyncze halo. Katalogów z tych symulacji użyjemy do analizy własności przestrzennego gromadzenia się hal w naszych modelach. Nadają się one do tego bardzo dobrze, bowiem na każdy model przypada tutaj 8 realizacji widma mocy, zatem wielkoskalowe własności katalogów hal z tych symulacji będą mogły być uśrednione po zespole. Drugi zbiór symulacji posłuży nam do szczegółowego badania własności hal CM takich jak profile gęstości, parametry opisujące geometrię i wewnętrzną kinematykę jak również indywidualne historie akrecji masy. Symulacje, które tworzą drugi zbiór cechują się odpowiednio wysoką rozdzielczością. Każdy eksperyment numeryczny zawierał 512^3 cząstek ciemnej materii zawartych w pudle o współporuszającej się długości $32h^{-1}$ Mpc. Zatem pojedyncza cząstka CM w tych symulacjach ma masę $m_p \simeq 2 \times 10^7 h^{-1} M_\odot$. W tych symulacjach halo CM odpowiadające galaktyce takiej jak Droga Mleczna będzie się składać z około 10^5 cząstek; jest to liczba w zupełności wystarczająca by rzetelnie wyznaczyć parametry wewnętrzne hala. Co więcej w naszych symulacjach wysokiej przestrzennej rozdzielczości ustaliliśmy rozdzielczość sił na poziomie $\sim 6h^{-1}$ kpc, co zapewnia, że symulacje te właściwie śledzą wewnętrzne nieliniowe procesy dynamiczne zachodzące w halach CM. Symulacje wysokiej rozdzielczości o opisanych powyżej parametrach są bardzo kosztowne obliczeniowo i dlatego ich wykonanie jest czasochłonne. Z tego względu zdecydowaliśmy się przeprowadzić tylko po jednej realizacji tego samego widma mocy na badany model. To uniemożliwia nam uśrednianie po zespole symulacji. Zamiast uśredniać po zespole symulacji będziemy uśredniać badane parametry po populacji hal zidentyfikowanych w danej symulacji. Zaoszczędzony czas obliczeniowy wykorzystaliśmy do wykonania symulacji szerszej gamy modeli ReBEL, gdzie użyliśmy czterech różnych wartości parametru r_s . W tabeli 3.1 zebraliśmy wszystkie istotne parametry i własności symulacji których wyniki będziemy analizować w tym rozdziale. Przyjmując konwencję z poprzedniego rozdziału każdej symulacji przypisaliśmy unikalną etykietę. Konwencja tworzenia etykiet jest taka sama jak w poprzednim rozdziale, z tą różnicą, że teraz wartość długości ekranowania r_s danego modelu jest wyrażona w etykietach w h^{-1} kpc. Zatem etykieta np. 180B02RS1000 oznacza symulacje wykonane w pudle o długości $180h^{-1}$ Mpc modelu ReBEL o parametrach $\beta = 0,2$ i $r_s = 1000h^{-1}$ kpc = $1h^{-1}$ Mpc, natomiast etykieta 32B05RS200 odpowiada symulacji przeprowadzonej w domenie o rozmiarze $32h^{-1}$ Mpc modelu ReBEL o parametrach $\beta = 0,5$ i $r_s = 200h^{-1}$ kpc = $0,2h^{-1}$ Mpc.

3.2.1 Identyfikacja hal w polu gęstości

Do identyfikacji hal i sub-hal CM na podstawie pól gęstości i prędkości z naszych symulacji N-ciałowych posłużymy się programem AHF (skrót z ang. *AMIGA Halo Finder*), który jest szukaczem hal wykorzystującym metody równoległego przetwarzania typu MPI+OpenMP¹. AHF jest następcą programu MHF [GILL I IN. (2004)]. Szczegółowy opis algorytmów i procedur użytych w programie AHF jest zawarty w artykule autorów programu [KNOLLMANN I KNEBE (2009)]. Szukacz hal AHF używa techniki adaptatywnego zagęszczania siatki przestrzennej, by wyznaczyć miejsca w polu gęstości będące kandydatami na środki hal. Następnie program próbuje gęstość wokół każdego takiego środka w radialnie zagnieżdżonych cienkich wycinkach kul. Próbkowanie kończy się, gdy uśredniony kontrast gęstości osiągnie granice wirialnego nadmiaru gęstości $\rho_{halo} = \Delta_{vir}\rho_t$. Dla $z = 0$ i Wszechświata Λ CDM $\Delta_{vir} = 340$ w jednostkach gęstości tła ρ_t [GROSS (1997)]². Tak wyznaczony kandydat na halo CM jest następnie poddawany testom, wszystkie niezwiązane cząstki zostają usunięte, a przed ostatecznym wyliczeniem własności danego hala uwzględnia się również jego strukturę wewnętrzną (populację satelitarnych sub-hal). Odległość ostatniej próbkującej powłoki od środka masy hala ustala promień wiralny hala R_{vir} . Odnotujmy, że odpowiednie procedury programu AHF zostały zmienione, by uwzględniać zmodyfikowany potencjał grawitacyjny typu ReBEL.

Poczynając od katalogów hal wyznaczonych dla $z = 0$, konstruujemy tzw. drzewa-połączeń³ dla każdej symulacji poprzez krzyżowe korelowanie cząstek konstytuujących hala CM dla każdego zapisanego kroku czasowego. Dla każdego hala zapisujemy wszystkich potencjalnych przodków i wybieramy na głównego przodka halo, które maksymalizuje funkcję dobroci

$$F = N_1 N_2 / N_s^2, \quad (3.1)$$

gdzie $N_{1,2}$ i N_s oznaczają liczbę cząstek składających się na dane hala oraz liczbę cząstek wspólnych. Ponieważ różne rozważane przez nas modele w symulacjach wysokiej rozdzielczości używają warunków początkowych o takich samych fazach, to używając powyższej metody krzyżowo korelujemy również hala z różnych modeli, znajdując dla hal z symulacji 32LCDM odpowiadające mu halo w każdej z symulacji modelu ReBEL.

¹Program AHF jest ogólnie dostępny w Internecie pod adresem <http://popia.ft.uam.es/AMIGA>

²Drugą ogólnie przyjętą konwencją jest wyrażanie nadmiaru gęstości wiralnej w jednostkach gęstości krytycznej ρ_c , wtedy $\Delta'_{vir} = 340\Omega_m$, bowiem $\rho_t = \Omega_m\rho_c$.

³Drzewo połączeń to takie drzewo, w którym na szczycie znajduje się halo wynikowe dla $z = 0$, zaś kolejne poziomy i rozgałęzienia prowadzą do hal, które połączyły się na danym etapie z przodkiem hala końcowego.

3.3 Statystyka populacji hal CM

3.3.1 Funkcja masy hal

Funkcja masy odzwierciedla gęstość liczbową obiektów (hal CM) o zadanej masie. Kształt i amplituda funkcji mas zawiera informację o tym, jaka jest obfitość hal o różnych masach. Jej wysoko-masowy ogon jest szczególnie wrażliwy na wartość parametru normalizacji widma mocy σ_8 . Oznacza to, że obfitość obiektów takich jak gromady i supergromady galaktyk jest dobrym estymatorem parametru σ_8 . W świecie barionów odpowiednikiem funkcji masy jest funkcja jasności galaktyk podająca gęstość liczbową galaktyk o zadanej jasności absolutnej. Relacja łącząca funkcje mas hal CM z funkcją jasności galaktyk jest w ogólności nietrywialna. Funkcje mas hal wyliczone z wyników symulacji N-ciałowych są wykorzystywane do konstrukcji sztucznych funkcji jasności, jednak w procedurze tej zazwyczaj używa się parametrów fenomenologicznych i normalizacyjnych pochodzących z danych obserwacyjnych. Niemniej teoretyczna funkcja mas hal CM jest sama w sobie interesująca, gdyż jej kształt odzwierciedla charakter procesu kolapsu grawitacyjnego i hierarchicznego charakteru powstawania struktur kosmicznych. Zajmiemy się tutaj analizą funkcji mas wyliczonych z katalogów hal pochodzących z symulacji przeprowadzonych w pudle o rozmiarze $180 h^{-1} \text{ Mpc}$.

Formalizm Pressa-Schechtera

Zanim przyjrzymy się wynikom symulacji N-ciałowych warto poświęcić chwilę uwagi na rozważania teoretyczne związane z funkcją mas. We Wszechświecie wypełnionym zimną ciemną materią tylko pierwotne fluktuacje o małych rozmiarach były w stanie przetrwać proces rekombinacji wodoru. Zatem nieliniowy kolaps struktur o rozmiarach sub-galaktycznych wydaje się być pierwszym procesem pojawiającym się po rekombinacji. Te struktury o małych skalach następnie gromadziły się w pewną „hierarchię“, sukcesywnie łącząc się by stworzyć większe obiekty. [PRESS I SCHECHTER (1974)] zaproponowali formalizm analityczny opisujący proces hierarchicznego powstawania struktur kosmicznych, poczynając od momentu kiedy fluktuacje gęstości osiągają taką amplitudę, że można uważać, iż uformowały się one w związane grawitacyjnie obiekty. Podstawowym założeniem formalizmu Pressa-Schechtera (PS) jest przyjęcie, że nawet jeżeli pole gęstości jest nieliniowe, to amplitudy modów o dużych długościach w polu wynikowym są bliskie amplitudom przewidzianym przez teorię liniową. Z teorii liniowej wiadome jest, że masywny zgęsteczenie materii przejdzie

kolaps grawitacyjny, jeżeli średnia nadwyżka gęstości w objętości zawierającej rozważaną masę przekroczy pewną granicę, która jest rzędu jedności (δ_c). Przy czym jakkolwiek istniejąca wewnętrzna struktura zgęstka materii nie wpływa na powyższe twierdzenie. Można oszacować własności tych związanych struktur, stosując sztuczne wygładzanie początkowego pola gęstości za pomocą funkcji filtra. Jeżeli funkcja filtra ma pewną charakterystyczną długość R_f , wtedy typowa wielkość wygładzonych fluktuacji będzie proporcjonalna do tej charakterystycznej długości. Toteż możemy tym wygładzonym fluktuacjom przypisać masę

$$M \sim \rho_0 R_f^3, \quad (3.2)$$

gdzie ρ_0 jest gęstością tła danego modelu. Ścisła postać funkcji filtra jest tutaj dowolna, lecz zazwyczaj z uwagi na uproszczenie rachunków na funkcję filtra wybiera się funkcję Gaussa bądź funkcję filtra sferycznego (to jest kulę o jednostkowej wadze).

Dla pola gęstości o zaburzeniach gaussowskich mamy, że fazy fal tworzących zaburzenia gęstości są losowe, zaś dystrybucja amplitud zaburzeń w danej wygładzanej objętości V z charakterystyczną długością $R \equiv R_f$ jest opisana przez funkcję Gaussa

$$p(\delta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma(R)} \exp\left(-\frac{\delta^2}{2\sigma^2(R)}\right), \quad (3.3)$$

gdzie $\sigma(R)$ jest liniową średnią kwadratową wygładzonej δ . Prawdopodobieństwo, że dany punkt znajduje się w sferze o promieniu R i nadwyżce gęstości większej niż nadwyżka krytyczna wymagana dla kolapsu ($\delta > \delta_c$) jest dane przez

$$P(\delta > \delta_c | R) = \frac{1}{2} \left[1 - \operatorname{erf}\left(\frac{\delta_c}{\sqrt{2}\sigma(R)}\right) \right]. \quad (3.4)$$

Zauważmy, że krytyczna nadwyżka gęstości δ_c wymagana dla kolapsu jest dana przez rozważany model grawitacyjnego kolapsu. Dla przykładu, model sferycznego kolapsu grawitacyjnego przewiduje, że zaburzenie gęstości zapadnie się grawitacyjnie, jeżeli jego liniowa nadwyżka gęstości osiągnie wartość $\delta_c \sim 1,69$ [PEEBLES (1980)].

Argument PS zawiera się w stwierdzeniu, że powyższe prawdopodobieństwo jest proporcjonalne do prawdopodobieństwa, że dany punkt kiedykolwiek znalazł się wewnątrz zapadniętego obiektu o rozmiarach większych niż R . Oznacza to, że obiekty istniejące w danej epoce ewolucji pola gęstości to tylko takie, które dopiero co osiągnęły granicę kolapsu $\delta = \delta_c$. Dla przykładu, jeżeli z punktem związana jest nadwyżka gęstości większa od wartości krytycznej dla danej skali R , to z tym samym punktem będzie związana nadwyżka dokładnie równa granicy krytycznej ($\delta = \delta_c$), jeżeli tylko przeprowadzimy wygładzanie na

pewnej większej od R skali. Zatem taki punkt będzie zaliczony do zapadniętego obiektu o większych rozmiarach.

Dlatego też część Wszechświata (pola gęstości), która skondensowała do obiektów o masach $> M$, może być zapisana w uniwersalnej postaci jako

$$F(> M) = 1 - \operatorname{erf}\left(\frac{\nu}{\sqrt{2}}\right), \quad (3.5)$$

gdzie $\nu = \delta_c/\sigma(M)$ odpowiada krytycznej granicy kolapsu wyrażonej w jednostkach średniej kwadratowej fluktuacji pola gęstości. Pojawiający się tutaj czynnik 2, który nie występuje w równaniu (3.4), został wprowadzony przez PS by uwzględnić problem, że połowa masy pozostaje nieuwzględniona jeżeli użyjemy bezpośrednio prawdopodobieństwa z tego równania.

Teraz można wyrazić całkowite prawdopodobieństwo poprzez funkcję mas $f(m)$ jako

$$\frac{Mf(M)}{\rho_0} = \left| \frac{dF}{dM} \right|, \quad (3.6)$$

z funkcją mas zdefiniowaną w taki sposób, że $f(M)dM$ jest gęstością liczbową we współrzędnych współporuszających się obiektów o masach w przedziale dM ; ρ_0 jest zaś całkowitą współporuszającą gęstością.

Zatem,

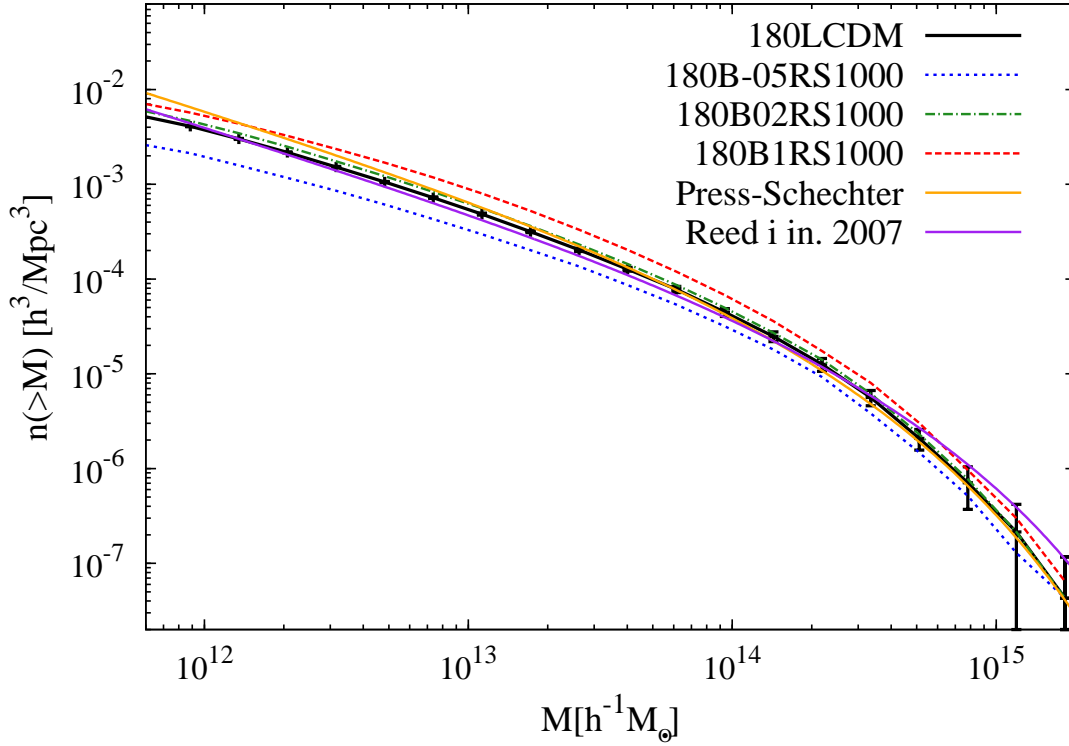
$$\begin{aligned} \frac{M^2 f(M)}{\rho_0} &= \frac{dF}{d \ln M} \\ &= \left| \frac{d \ln \sigma}{d \ln M} \right| \sqrt{\frac{2}{\pi}} \nu \exp\left(-\frac{\nu^2}{2}\right). \end{aligned} \quad (3.7)$$

$M^2 f(M)/\rho_0$ jest tutaj funkcją mnogości, która odpowiada części całkowitej masy zawartej przez obiekty w jednostkowym obszarze $\ln M$.

Formalizm PS oraz jego rozszerzenia [LACEY i COLE (1994)] jest szeroko używany do modelowania ewolucji i formowania się struktur takich jak gromady galaktyk i hala CM, jak również do badania relacji obciążenia pomiędzy dystrybucją zwiralizowanych obiektów a dystrybucją pola masy tła. My posłużymy się tym formalizmem do sprawdzenia naszych numerycznych funkcji mas hal CM.

Na podstawie katalogów hal z naszych symulacji w pudłach o długości $180h^{-1}$ Mpc wyliczyliśmy całkowite (kumulatywne) funkcje mas (CFM). Zdecydowaliśmy się na całkowite funkcje mas, gdyż charakteryzują się one mniejszą czułością na zaburzenia spowodowane niską statystyką (małą próbką) hal niż zwykle funkcje mas. Całkowa funkcja masy jest zdefiniowana jako gęstość liczbowa hal o masach większych niż masa podana w argumentcie

$$n(> M) = \frac{N_H(> M)}{L^3}, \quad (3.8)$$



Rysunek 3.1: Całkowa funkcja mas dla symulacji $180h^{-1}$ Mpc.

gdzie $N_H(> M)$ oznacza liczbę hal o masach większych niż M znalezionych we współporuszającej się objętości $L^3 h^{-3} \text{Mpc}^3$. Na rysunku 3.1 umieściliśmy całkowite funkcje mas hal z symulacji 180LCDM, 180B02RS1000, 180B1RS1000, jak również teoretyczne przewidywania wyliczone metodą PS (linia pomarańczowa) oraz fit podany przez [REED I IN. (2007)] (linia fioletowa). CFM zarówno PS jak i Reeda i innych zostały wyliczone przy użyciu parametrów kosmologicznych zgodnych z tymi użytymi w symulacjach. Formuła podana w pracy [REED I IN. (2007)] oparta jest o numeryczną aproksymację wyekstrahowaną z bardzo dużej serii symulacji N-ciałowych.

Wartości CFM zostały obliczone poprzez uśrednianie po katalogach z danego zespołu symulacji. Słupki błędów odpowiadające jednemu odchyleniu standardowemu od średniej z zespołu, ze względu na czytelność pokazujemy je tylko dla CFM modelu Λ CDM, dla pozostałych symulacji błędy są tego samego rzędu. Na wstępie możemy odnotować, że CFM naszego modelu porównania (SMK) dosyć dobrze pasuje do teoretycznych przewidywań. Co również warto podkreślić, CFM PS lepiej opisuje naszą numeryczną CFM dla większych mas ($M > 10^{13} h^{-1} M_\odot$), gorzej sobie radząc dla obiektów lżejszych. Dokładnie odwrotne

zachowanie występuje dla formuły Reeda i innych, aczkolwiek w tym przypadku formuła numeryczna Reeda w zasadzie w zakresie 1σ zgadza się z numeryczną CFM modelu Λ CDM w całym zbadanym zakresie mas. Słaba zgodność modelu PS dla małych mas nie jest zaskakująca, gdyż jak łatwo wysnuć z założeń poczynionych podczas rachunku PS, formalizm ten powinien zachowywać się gorzej im bardziej nieliniowe skale rozważamy, a zatem im mniejsze masy.

Dalsza analiza rysunku 3.1 prowadzi nas do wniosków, jakie już wcześniej pojawiły się w pracy [HELLWING I JUSZKIEWICZ (2009)]. W zbadanym w tej symulacji zakresie mas hal $5 \times 10^{11} h^{-1} M_{\odot} < M < 2 \times 10^{15} h^{-1} M_{\odot}$ model 180B1RS1000 zawiera więcej hal niż model Λ CDM, nasz testowy przypadek 180B-05RS1000 z kolei zawiera w tym przedziale mniej hal niż model porównania. Jak to już obserwowaliśmy wcześniej, różnice pomiędzy modelem 180B02RS1000 a Λ CDM są bardzo niewielkie i w zasadzie CFM zgadzają się ze sobą w ramach 1σ . Czy taka zaobserwowana amplituda CFM modelu 180B1RS1000 oznacza, że w tym modelu pojawia się więcej hal o danych masach. Może to oznaczać, że kosmologia ReBEL produkuje cięższe hala lub, że na skutek zmodyfikowanej dynamiki, hal pojawia się więcej. Hierarchiczny charakter powstawania struktur sugeruje raczej te pierwsze wyjaśnienie, lecz by to zbadać dokładniej, potrzebujemy funkcji mas obliczonych dla szerszego zakresu mas. Problemem tym zajmiemy się niebawem podczas analizy symulacji zawierających 512^3 cząstek, gdzie rozdzielczość mas jest znacznie lepsza. By sprawdzić, czy model ReBEL przewiduje większą liczbę świecących galaktyk, trzeba zbadać możliwe relacje prowadzące od teoretycznej CFM hal do funkcji jasności galaktyk. Z pewnością jest to ważne zadanie na przyszłość.

Na koniec warto podkreślić, że CFM modelu 180B1RS1000 zgadza się w ramach 1σ z modelem porównania w dużo-masowym ogonie. Jest to bardzo ważne, gdyż jak już wspomnieliśmy obfitość gromad i supergromad galaktyk (a hala o masach $\sim 10^{14} - 10^{15} h^{-1} M_{\odot}$ powinny zawierać właśnie gromady) jest bardzo czuła na wielkość parametru σ_8 , poza tym funkcja jasności odpowiadająca temu przedziałowi mas jest dosyć dobrze poznana obserwacyjnie i jakiegokolwiek duże odchyłki od modelu Λ CDM mogłyby stanowić poważne wyzwanie dla modelu ReBEL.

3.3.2 Profile gęstości

W tym podrozdziale zajmiemy się profilami gęstości hal CM w naszych modelach. Rozpoczynamy tutaj analizę hal CM zidentyfikowanych w naszych symulacjach wysokiej rozdzielczości zawierających 512^3 cząstek w pudle o współporuszającej długości $32h^{-1}$ Mpc.

Od kilkunastu lat dobrze poznanym zjawiskiem jest uniwersalność profilu gęstości hal CM pojawiających się w symulacjach N-ciałowych. Poczynając od słynnej pracy [NAVARRO I IN. (1997)], wielu innych autorów potwierdziło, że w ogólności profil gęstości hala CM niezależnie od jego masy wirialnej jest dobrze opisany przez uniwersalny fit Navarro-Frenk-White (NFW)

$$\rho(R) = \frac{\rho_0}{\frac{R}{R_s} \left(1 + \frac{R}{R_s}\right)^2}, \quad (3.9)$$

gdzie R_s to tak zwany promień skalujący. W ogólności parametry fitu R_s i ρ_0 różnią się pomiędzy halami. Całkowita masa wewnątrz pewnego R_{maks} hala opisanego takim profilem będzie

$$M = \int_0^{R_{maks}} 4\pi R^2 \rho(R) dR = 4\pi \rho_0 R_s^3 \left[\ln \left(\frac{R_s + R_{maks}}{R_s} \right) - \frac{R_{maks}}{R_s + R_{maks}} \right]. \quad (3.10)$$

Dla dowolnie dużych promieni R_{maks} całka ta staje się rozbieżna, lecz zazwyczaj za krawędź hala CM przyjmuje się jego promień wiralny (patrz § 3.2.1) R_{wir} , który jest związany z tzw. „parametrem koncentracji” c i promieniem skalującym R_s przez

$$R_{wir} = c R_s. \quad (3.11)$$

Teraz całkowita masa wiralna (zawarta w kuli o promieniu R_{wir}) hala będzie

$$M_{wir} = \int_0^{R_{wir}} 4\pi R^2 \rho(R) dR = 4\pi \rho_0 R_s^3 \left[\ln(1 + c) - \frac{c}{1 + c} \right]. \quad (3.12)$$

Parametr koncentracji określa, jak mocno zwarty jest profil hala, i waha się od kilku do kilkudziesięciu dla różnych hal. Możemy również określić całkowitą gęstość kwadratową

$$\int_0^{R_{maks}} 4\pi R^2 \rho(R)^2 dR = \frac{4\pi}{3} R_s^3 \rho_0^2 \left[1 - \frac{R_s^3}{(R_s + R_{maks})^3} \right], \quad (3.13)$$

zatem średnia gęstość kwadratowa wewnątrz R_{maks} będzie

$$\langle \rho^2 \rangle_{R_{maks}} = \frac{R_s^3 \rho_0^2}{R_{maks}^3} \left[1 - \frac{R_s^3}{(R_s + R_{maks})^3} \right], \quad (3.14)$$

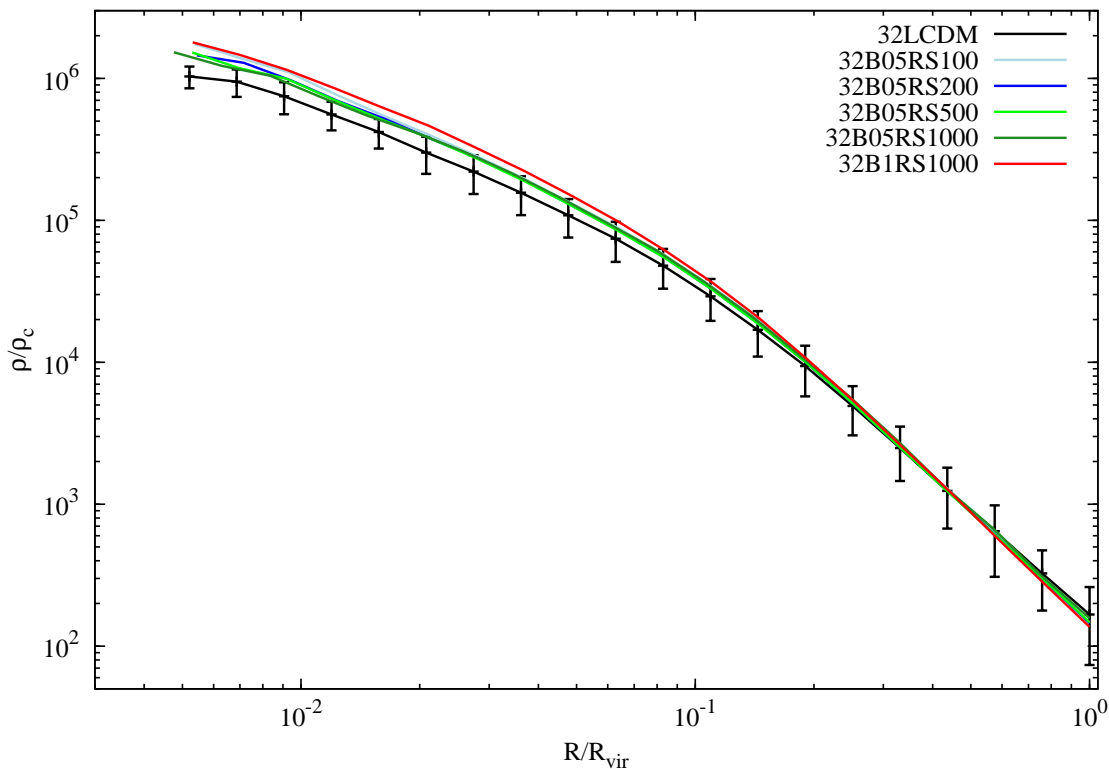
co dla promienia wiralnego upraszcza się do

$$\langle \rho^2 \rangle_{R_{wir}} = \frac{\rho_0^2}{c^3} \left[1 - \frac{1}{(1 + c)^3} \right] \approx \frac{\rho_0^2}{c^3}. \quad (3.15)$$

Zatem średnia gęstość kwadratowa wewnątrz promienia skalującego jest po prostu

$$\langle \rho^2 \rangle_{R_s} = \frac{7}{8} \rho_0^2. \quad (3.16)$$

Uniwersalność i prostota formuły NFW wynika z samo-podobieństwa hal CM i bezskalowości grawitacji. Za fitem NFW nie stoi żadna głębsza myśl fizyczna, co więcej jak wspominaliśmy w rozdziale 1 nie wszystkie obserwacje zdają się być zgodne z takim postulowanym profilem gęstości. Niemniej jest powszechnie przyjęte, że profil NFW bardzo dobrze opisuje większość hal CM, jakie można znaleźć w symulacjach N-ciałowych SMK. Z uwagi na powyższe spostrzeżenia ważne jest sprawdzenie czy, a jeśli tak to jak, zmodyfikowana fizyka ReBEL wpływa na profile hal CM.

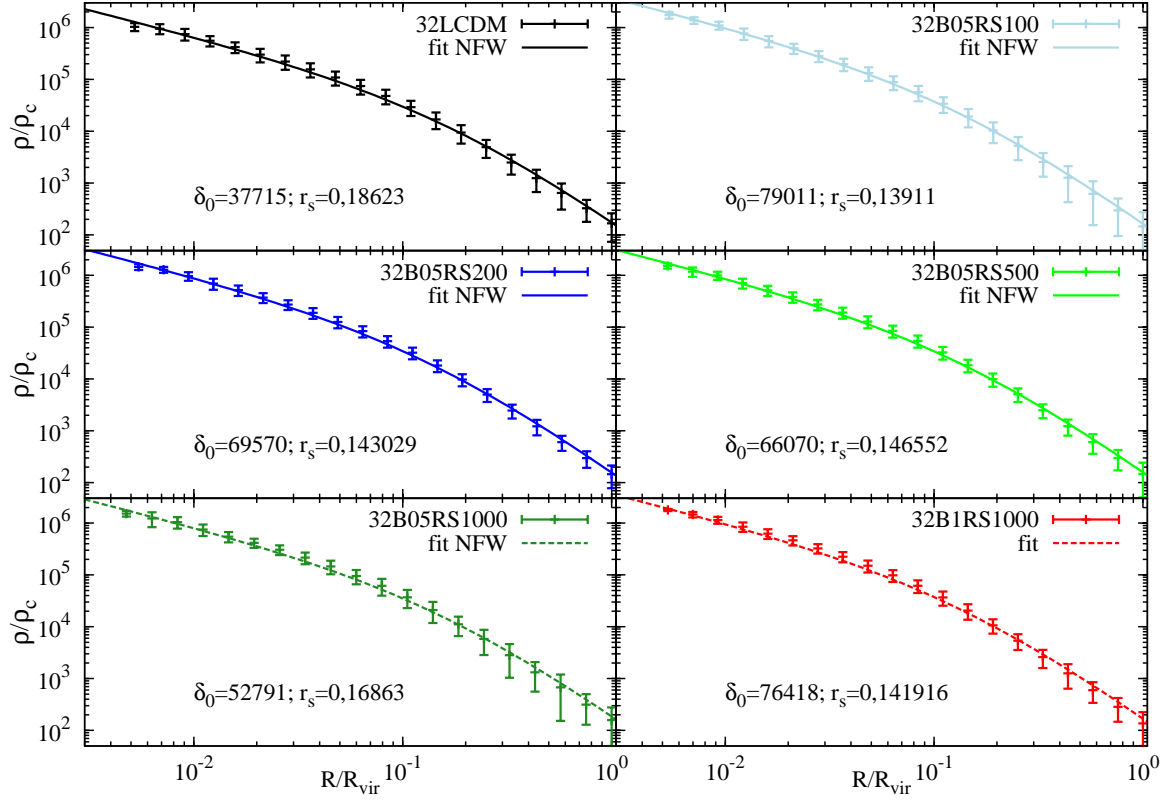


Rysunek 3.2: Uśrednione profile gęstości hal z symulacji $32h^{-1}$ Mpc. Dla czytelności błędy są pokazane tylko dla profilu LCDM, odpowiadają one rozrzutowi 1σ w danym przedziale ΔR .

Posłużymy się tutaj uśrednionymi po populacji profilami gęstości uzyskanymi z analizy katalogów hal CM. Uśrednianie profili ma tę zaletę nad bezpośrednim porównywaniem, że uśrednione profile są wygładzone i ewentualne zaburzenia od sub-struktur (sub-hal satelitarnych) czy od hal właśnie się zlewających zostają usunięte. W procedurze uśredniania profilu gęstości uwzględniamy tylko halo o promieniach wirialnych $R_{vir} \geq 50h^{-1}$ kpc. Taki promień wirialny mniej więcej odpowiada masie wirialnej rzędu $M \sim 10^{10}h^{-1}M_{\odot}$, zatem takie halo

składa się już z $\sim 10^3$ cząstek. Mniejsze hala, zbudowane z mniejszej ilości cząstek w ogólności mają znacznie gorzej wyznaczone profile gęstości, a jako, że dominują one liczbowo w całym katalogu hal, ewentualne błędy estymacji profili gęstości zakłócałyby uśredniony profil. Przed uśrednieniem, wszystkie profile zostały przeskalowane do swoich granicznych promieni wirialnych tak, że każdy profil jest wyznaczony w zakresie $0 < R/R_{\text{wir}} \leq 1$.

Na rysunku 3.2 umieściliśmy uśrednione w opisany powyżej sposób profile gęstości hal CM dla symulacji ΛCDM , 32B05RS100, 32B05RS200, 32B05RS500, 32B05RS1000 i 32B1RS1000. Zwyczajowo błędy oznaczyliśmy tylko dla modelu ΛCDM , odpowiadają one rozrzutowi 1σ wokół średniej wartości w danym przedziale promienia. Obserwujemy, że średnio rzecz biorąc hala modeli ReBEL charakteryzują się w swoich wewnętrznych częściach większymi gęstościami w porównaniu do hal ΛCDM , jednak uśrednione profile dobrze się zgadzają ze sobą (w ramach 1σ) w zakresie $0.05 \leq \frac{R}{R_{\text{wir}}} \leq 1$. Dla zewnętrznych obszarów hal ($\gtrsim 0,5R_{\text{wir}}$), profile gęstości hal ReBEL, średnio rzecz biorąc, są mniej gęste od profilu modelu porównania. Niemniej jest to bardzo mały efekt, znacznie mniejszy niż błąd 1σ . Jednak z uwagi, na pojawiającą się tendencję (efekt ten występuje dla wszystkich badanych modeli ReBEL) możemy przypuszczać, że efekt ten rzeczywiście ma miejsce. Nasza hipoteza próbująca wyjaśnić to zjawisko opierałaby się o proces pływowego ucinania mniejszych hal w gęstych środowiskach. W kosmologii ReBEL z uwagi na dodatkowe oddziaływania skalarnie siły pływowe działające na hala CM będą większe. Powyższe uwagi są jednak spekulatywne i wymagają szerszych oddzielnych badań. Warto odnotować jeszcze jedną interesującą rzecz. Profil najsilniejszego modelu ReBEL 32B1RS1000 odznacza się bezwzględnie najwyższą gęstością w wewnętrznych obszarach, jednak jeżeli spojrzymy na rodzinę modeli z $\beta = 0,5$, to wyniesiemy, że profile gęstości modeli z mniejszymi długościami ekranowania ($r_s = 100; 200h^{-1}$ kpc) odbiegają bardziej od profilu ΛCDM niż modele z większymi wartościami tej stałej ($r_s = 500; 1000h^{-1}$ kpc). Z pewnością ten efekt wymaga większej uwagi, lecz by dokładnie zbadać to zjawisko, potrzebne są dokładne badania krzyżowo-skorelowanych pomiędzy różnymi modelami hal CM, co niestety wykracza poza ramy niniejszej rozprawy. Przyjrzymy się teraz kwestii, czy uśrednione profile modeli ReBEL dadzą się dobrze opisać profilem NFW. Na rysunku 3.3 umieściliśmy szereg oddzielnych wykresów. Na każdym z nich umieściliśmy uśredniony profil gęstości (punkty ze słupkami błędów) wraz z dopasowanym do niego profilem NFW (linie). W dolnej części każdego wykresu umieściliśmy również parametru najlepszego fitu do profilu NFW. Odnotowujemy, że uśrednione profile wszystkich modeli są dobrze opisane przez uniwersalny profil gęstości NFW. Przyglądając się promieniom skalującym R_s



Rysunek 3.3: Fity NFW do uśrednionych profili gęstości hal z symulacji $32h^{-1}$ Mpc. W dolnej części każdego wykresu podaliśmy parametry najlepszego dopasowania do profilu NFW.

zauważamy, że ich wartości są zgodne z kształtami profili gęstości w wewnętrznych częściach hal, które omawialiśmy akapit wcześniej. Koncentracje uśrednionych profili będą następujące $\langle c \rangle_{LCDM} = 5,37$; $\langle c \rangle_{B05RS100} = 7,19$; $\langle c \rangle_{B05RS200} = 6,99$; $\langle c \rangle_{B05RS500} = 6,82$; $\langle c \rangle_{B05RS1000} = 5,93$ i $\langle c \rangle_{B1RS1000} = 7,05$. Zatem wszystkie uśrednione profile hal modeli ReBEL charakteryzują się wyższą koncentracją niż profil średni hal LCDM. Wyższa koncentracja jest zazwyczaj związana z lepszym ukonstytuowaniem się halo. Hala o niskich koncentracjach to takie, które przechodzą lub przeszły w niedalekiej przeszłości połączenie z innymi halo. Połączenia hal CM o porównywalnych masach zaburzają profile gęstości. Jest ogólnie przyjęte, że hala o wysokich koncentracjach to takie, które od dłuższego czasu nie przechodziły poważnych połączeń z innymi, a zatem takie, które uformowały się wcześniej. Wyższa średnia koncentracja profili gęstości hal w modelu ReBEL może więc świadczyć o tym, że w badanych modelach hala, średnio rzecz biorąc, formują się szybciej. Tematem tym zajmiemy się dokładnie w podrozdziale § 3.5.

3.3.3 Rotacja hal i ich spin

Według teorii pływowego momentu pędu przyrost momentu pędu (krętu) hala CM/galaktyki jest wynikiem grawitacyjnych oddziaływań pomiędzy proto-galaktyką a otaczającą ją dystrybucją materii [HOYLE (1951); PEEBLES (1969); DOROSHKEVICH (1970); EFSTATHIOU I JONES (1979); FALL I EFSTATHIOU (1980); WHITE (1984)]. Zatem tak uzyskany moment pędu możemy zapisać następująco

$$\mathbf{J}_i \propto \varepsilon_{ijk} \mathbf{I}_{jl} \mathbf{T}_{lk}, \quad (3.17)$$

gdzie \mathbf{I}_{jl} jest tensorem bezwładności proto-galaktyki, zaś \mathbf{T}_{lk} jest pływowym tensorem ścinania wygenerowanym przez układ materii otaczającej proto-galaktykę. To pływowe ścinanie jest również odpowiedzialne za pojawienie się charakterystycznych wzorów w kosmicznej sieci wielkoskalowych struktur materii, prowadząc do powiązania pomiędzy momentami pędu proto-galaktyk a dystrybucją materii na skali Megaparseka. Jednakże późniejsze nieliniowe i gazodynamiczne efekty z pewnością mocno zaburzają to pierwotne powiązanie pomiędzy dystrybucją materii a momentem pędu. W hierarchicznym procesie powstawania struktur nieliniowe procesy, takie jak pływowe ucinanie, bliskie przejścia czy duże połączenia, z pewnością na późniejszych etapach ewolucji będą dominującymi źródłami przyrostu momentu pędu hala. Ponieważ w modelu ReBEL mamy do czynienia z silniejszymi oddziaływaniami na Megaparsekowych skalach możemy się spodziewać, że w jakiś sposób mogą zostać one odzwierciedlone w wielkościach momentu pędu hal CM.

Parametr spinu

Moment pędu hala CM jest powszechnie parametryzowany poprzez bezwymiarowy parametr spinu [PEEBLES (1969)]

$$\lambda = \frac{|J||E|^{1/2}}{GM^{5/2}}, \quad (3.18)$$

gdzie E jest tutaj całkowitą energią mechaniczną hala, M jego masą, G to stała grawitacji Newtona, zaś J jest całkowitym momentem pędu zdefiniowanym jako

$$\mathbf{J} = \sum_i^N m_i \mathbf{r}_i \times (\mathbf{v}_i - \bar{\mathbf{v}}). \quad (3.19)$$

Powyżej m_i to masa i -tej cząstki hala, \mathbf{r}_i to wektor łączący położenie i -tej cząstki ze środkiem halo, \mathbf{v}_i jest prędkością własną cząstek zaś $\bar{\mathbf{v}}$ jest prędkością wypadkową (średnią) całego halo. My posłużymy się bezwymiarowym parametrem spinu w wersji zaproponowanej przez [BULLOCK I IN. (2001)], ponieważ w tym sformułowaniu parametr ten jest mniej kosztowny

do wyliczenia niż ten z równania (3.18). Parametr zaproponowany przez Bullocka i innych jest postaci

$$\lambda = \frac{|j|}{\sqrt{2}R_{\text{wir}}V_c}, \quad (3.20)$$

gdzie

$$V_c = \left(\frac{GM_{\text{wir}}}{R_{\text{wir}}} \right)^{1/2} \quad (3.21)$$

jest prędkością orbity kołowej na promieniu R_{wir} , zaś j specyficznym momentem pędu hala

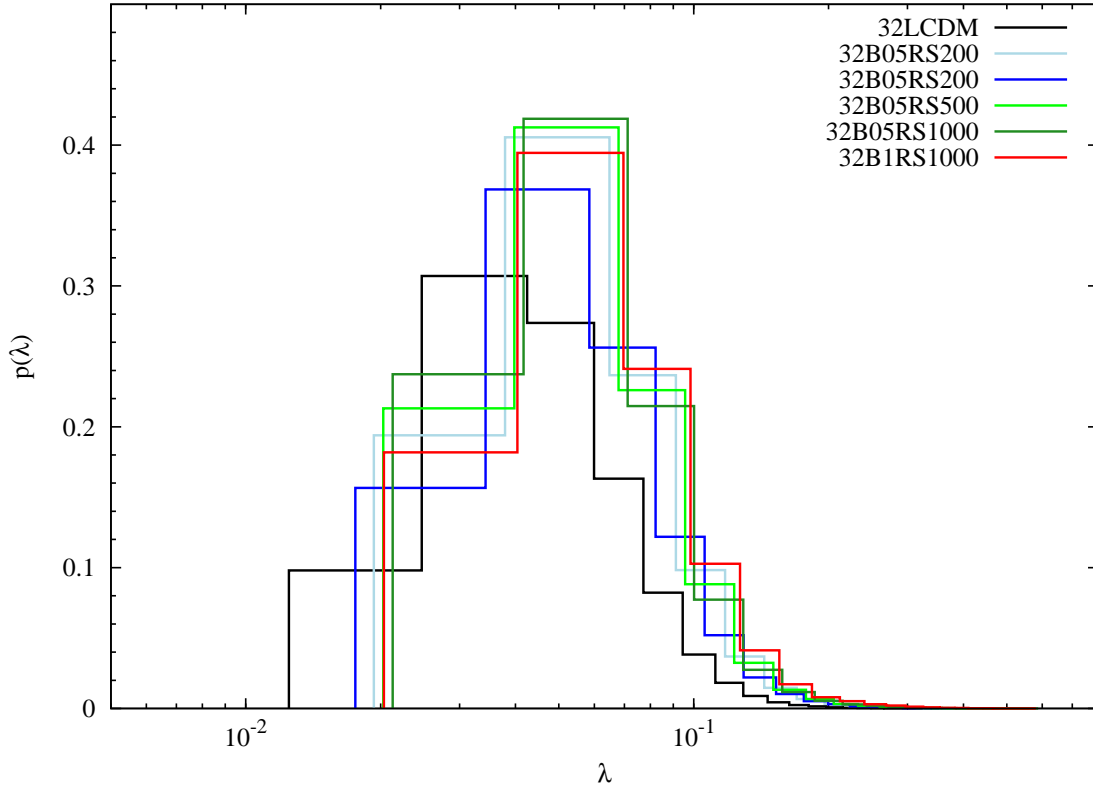
$$j = \frac{1}{N_H} \sum_{i=0}^{N_H} r_i \times v_i. \quad (3.22)$$

Powyżej suma przebiega po wszystkich cząstkach należących do danego halo $0 \leq i < N_H$. Równanie (3.21) jest poprawne dla grawitacji czysto newtonowskiej, dla hal w modelu ReBEL prędkość na orbicie kołowej w ogólności może być większa niż newtonowska prędkość z uwagi na większą energię potencjalną hala CM w modelu ReBEL. Odpowiedni wzór na prędkość orbity kołowej w halo dla modelu ReBEL ma postać

$$V_c^{\text{ReBEL}} = \left[\frac{GM_{\text{wir}}}{R_{\text{wir}}} \cdot \left(1 + \beta(1 + R_{\text{wir}}/r_s)e^{-R_{\text{wir}}/r_s} \right) \right]^{1/2} = V_c \cdot \left(1 + \beta(1 + R_{\text{wir}}/r_s)e^{-R_{\text{wir}}/r_s} \right)^{1/2}, \quad (3.23)$$

którą można łatwo wyprowadzić uwzględniając, że na orbicie kołowej siła dośrodkowa działająca na cząstek CM w modelu ReBEL ma dodatkowy składnik pochodzący od oddziaływań skalarnych.

Parametr spinu mierzy, do jakiego stopnia obrót hala jest podtrzymywany (z ang. *halo rotational support*). Wysokie wartości parametru λ odpowiadają halom, które się szybko obracają, zaś niskie wartości λ odpowiadają wolno rotującym, mocno związanym obiektom. Na rysunku 3.4 prezentujemy dystrybucje parametru λ obliczone dla katalogów hal z naszych symulacji. Oczywista własność tych dystrybucji pojawiająca się już na pierwszy rzut oka, to przesunięcie środka dystrybucji w modelach ReBEL w kierunku wyższych wartości λ . Przesunięciu piku towarzyszy pogrubienie wysokospinowego ogona dystrybucji. Zatem, statystycznie rzecz biorąc, hala CM w modelach ReBEL mają wyższe wartości parametru spinu niż hala modelu porównania, a zatem obracają się szybciej. Największy efekt różnicy względem dystrybucji Λ CDM występuje dla najsilniejszych modeli ReBEL, jakie badamy, tj. dla 32B05RS1000 i 32B1RS1000. Przesunięcie środka dystrybucji jakkolwiek zauważalne nie jest duże. By zbadać, czy jest to efekt statystycznie znaczący, posłużymy się modelem dystrybucji λ .



Rysunek 3.4: Dystrybucje parametru spinu hal z naszych symulacji wysokiej rozdzielczości.

Dystrybucja parametru spinu hal w symulacjach N-ciałowych jest dobrze przybliżana przez rozkład funkcji logarytmicznie normalnej

$$p(\lambda)d\lambda = \frac{1}{\lambda\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(\ln \lambda - \mu)^2}{2\sigma^2}\right] d\lambda, \quad (3.24)$$

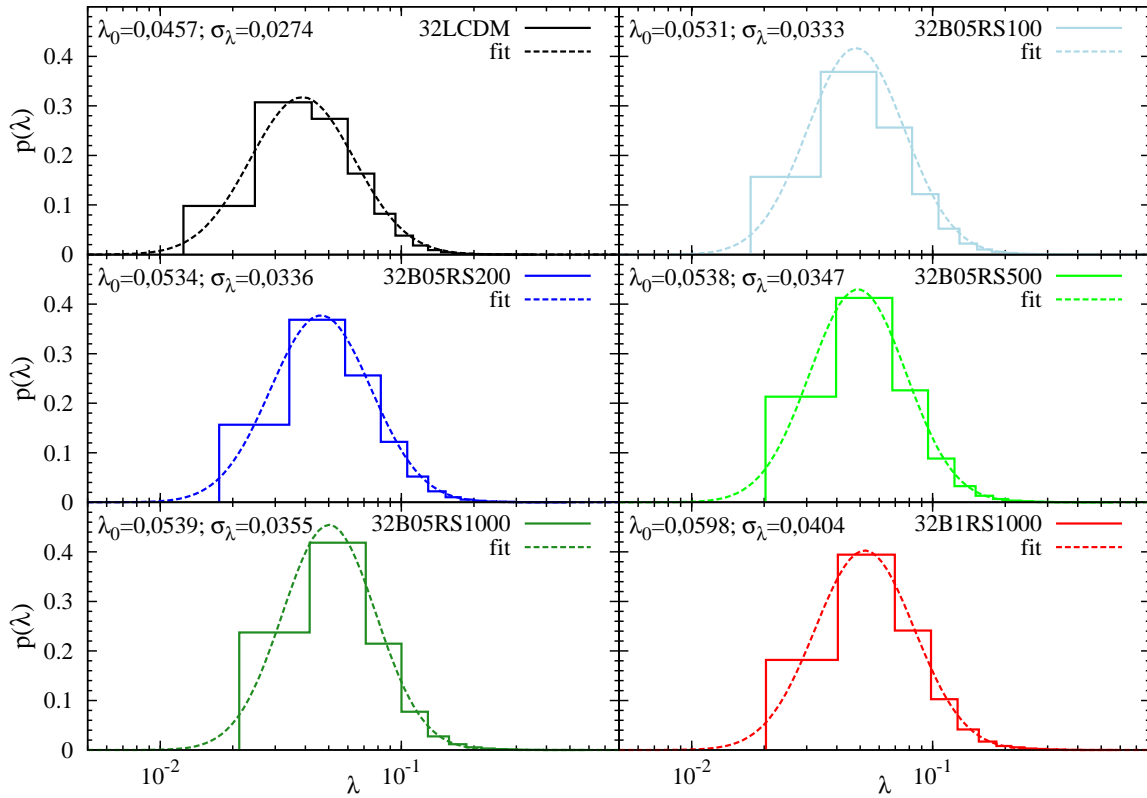
z środkiem rozkładu w okolicach $0,04 < \lambda < 0,05$ [WARREN I IN. (1992); COLE I LACEY (1996); MO I IN. (1998); STEINMETZ I BARTELMANN (1995); CATELAN I THEUNS (1996)]. Dla rozkładu logarytmicznie normalnego mamy, że wartość średnia (oczekiwana) dystrybucji jest dana przez

$$\lambda_0 = e^{\mu + \frac{1}{2}\sigma^2}, \quad (3.25)$$

zaś odchylenie standardowe będzie dane jako

$$\sigma_\lambda = e^{\mu + \frac{1}{2}\sigma^2} \sqrt{e^{\sigma^2} - 1}. \quad (3.26)$$

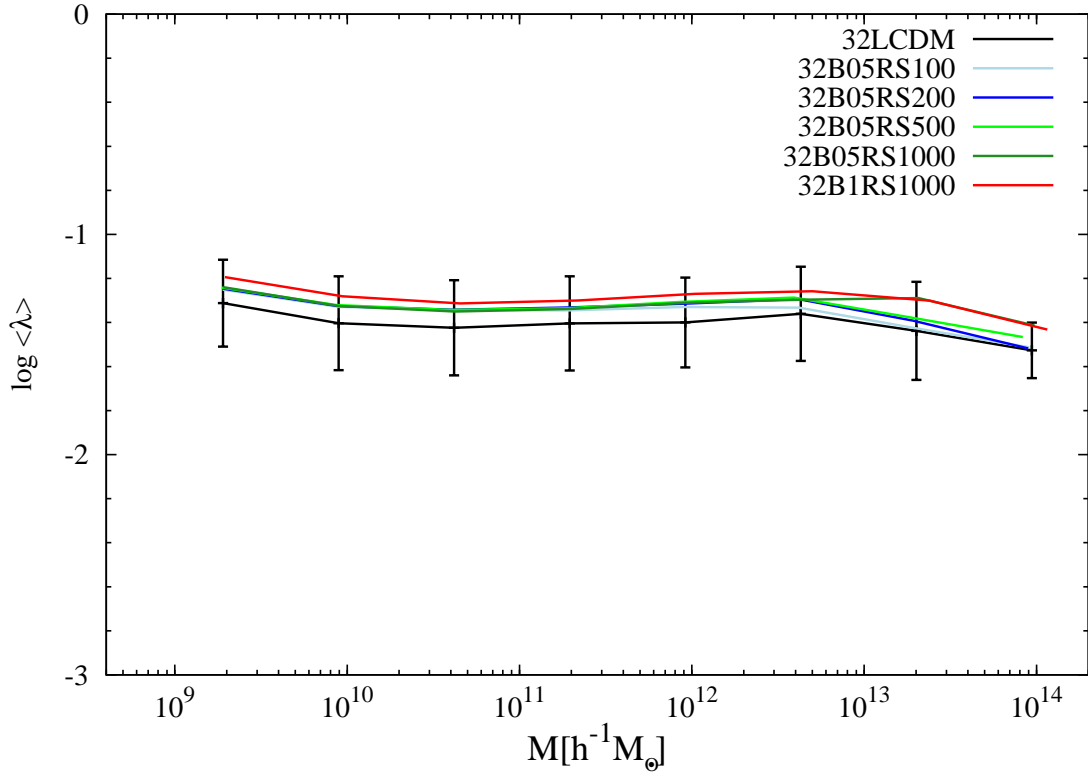
Na rysunku 3.5 umieściliśmy oddzielnie wszystkie rozkłady parametru λ obliczone numerycznie dla naszych katalogów hal wraz z dopasowanymi do nich funkcjami rozkładu logarytmicznie normalnego z równania (3.24). Na każdy wykres nanieśliśmy również wartości



Rysunek 3.5: Dystrybucje parametru spinu wraz z dopasowanym rozkładem logarytmicznie normalnym. Na każdym wykresie podajemy numerycznie wyliczone wartości średnie i rozrzut 1σ dystrybucji.

λ_0 i σ_λ odpowiadające danej dystrybucji. Jak widzimy dopasowane funkcje całkiem dobrze oddają rozkłady dystrybucji dla wszystkich modeli. Odnotowujemy również, że środek dystrybucji i jej szerokość rosną powoli dla coraz silniejszych modeli ReBEL w kolejności od 32B05RS100 do 32B1RS1000. W ramach błędów 1σ , rozkłady modelu porównania i modeli ReBEL zgadzają się ze sobą, jednakże znowu obserwujemy wyraźny trend średniej wartości λ_0 . Dlatego, jeżeli pominiemy niepewności statystyczne, możemy stwierdzić, że hala w modelu ReBEL rzeczywiście charakteryzują się wyższymi wartościami spinu. Jest to dobra wiadomość dla modelu ReBEL, gdyż szybsza rotacja hal ReBEL ułatwi powstawanie w tych halach galaktyk spiralnych z cienkimi dyskami [GOVERNATO I IN. (2007); ROBERTSON I IN. (2006)].

Na koniec przyjrzymy się jeszcze zależności spinu od masy hal. Wyniki symulacji N-ciałowych modelu Λ CDM pokazują, że spin bardzo słabo zależy od masy hala [MACCIÒ I IN. (2007); BETT I IN. (2007)]. Minimalna zaobserwowana zależność pokazuje, że masyw-

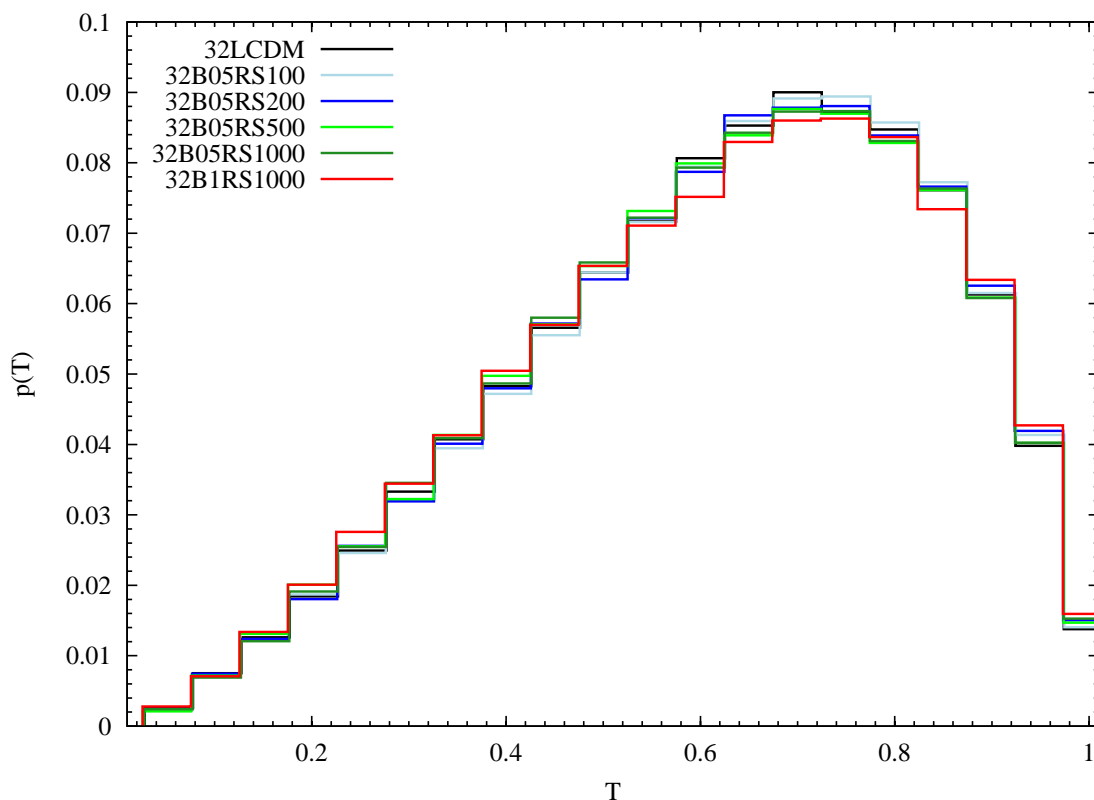


Rysunek 3.6: Zależność $\lambda - M_{vir}$ dla hal z symulacji wysokiej rozdzielczości. Dla przejrzystości słupki błędów 1σ pokazane są tylko dla modelu Λ CDM.

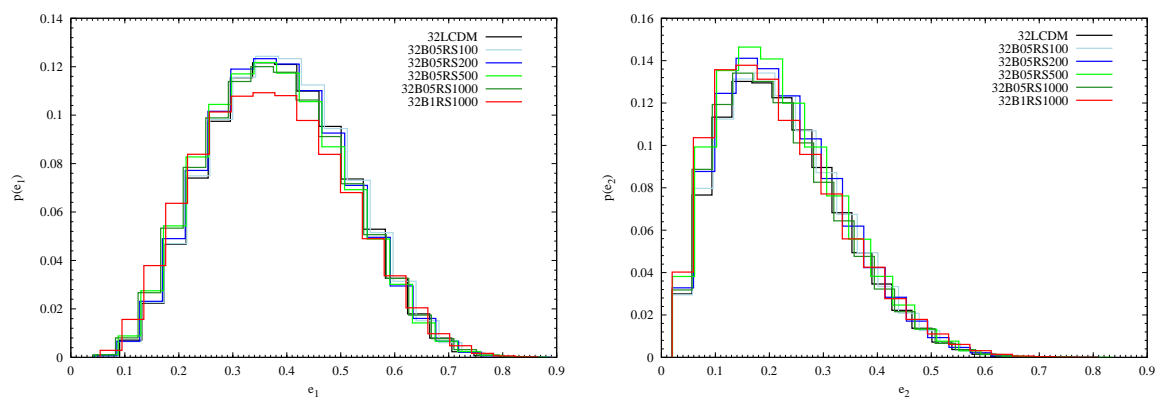
niejsze hala, średnio rzecz biorąc, mają troszkę niższe parametry spinu. Sprawdźmy, czy taki charakter zależności (lub raczej jej niemal kompletny brak) występuje również dla hal w naszych modelach ReBEL. Dystrybucję $\lambda - M_{vir}$ wykreśliliśmy na rysunku 3.6. Zwyczajowo błędy odpowiadające rozrzutowi 1σ wykreślamy tylko dla modelu LCDM. Nasze wyniki dla modelu LCDM zgadzają się z wynikami [Macciò i in. (2007)]. Obserwujemy marginalną zależność typu $\lambda \propto M^\alpha$ z nachyleniem średnim $\alpha = -0,005$. Notujemy niemal identyczne zachowanie się dystrybucji λ w masach wirialnych hal dla wszystkich naszych modeli. Średni spin jest oczywiście wyższy dla symulacji ze zmodyfikowaną dynamiką. Co ciekawe, obserwujemy, że dla modeli 32B05RS100 i 32B05RS200 32B05RS500 różnica w spinach względem hal Λ CDM zmniejszają się. Im mniejsza wielkość długości ekranowania, tym dla niższej masy wielkości spinów zaczynają się zgadzać. Jest to efekt, którego mogliśmy się spodziewać, wzięwszy pod uwagę, że masa wirialna hala wyznacza *de facto* pewną skalę związaną z promieniem wirialnym hala. Im większy jest stosunek R_{vir}/r_s , tym słabiej na dane halo wpływać będą siły ReBEL. Dlatego dla hal o promieniach dużo większych od

stałej ekranowania efekt oddziaływań ReBEL na parametr spinu staje się coraz mniejszy.

3.3.4 Geometria hal



Rysunek 3.7: Dystrybucja parametru T hal badanych modeli.



Rysunek 3.8: Dystrybucje parametrów e_1 i e_2 dla hal badanych modeli.

Kształt i geometria hala są wyznaczone przez procesy zarówno liniowe jak i nieliniowe. Teoretyczne przewidywania są zazwyczaj ograniczone do procesów liniowych wpływających na kształt hala. Wysoka złożoność charakteryzująca procesy nieliniowe występujące w halach CM powoduje, że jest bardzo trudno przewidzieć wpływ takich procesów na kształt i geometrię hal. Przyjmuje się, że na ostateczny kształt hala mają wpływ trzy podstawowe czynniki:

- kształt pierwotnego pikę gęstości, z którego wyewoluowało halo [BARDEEN I IN. (1986); BOND I MYERS (1996); VAN DE WEYGAERT I BERTSCHINGER (1996); SHETH I IN. (2001)],
- zewnętrzne pole pływowe go ścinania, które formuje halo [BOND I IN. (1996); VAN DE WEYGAERT (2006)],
- nieliniowe oddziaływania zaburzające oryginalny kształt hala, zwłaszcza procesy związane ze spadaniem materii na halo (akrecja, połączenia) [VAN HAARLEM I VAN DE WEYGAERT (1993)].

Wyznaczamy kształt hala za pomocą przybliżenia dystrybucji jego masy do trzyosiowej elipsoidy. Osie bezwładności można wyliczyć z tensora bezwładności, który jest postaci

$$I_{ij} = \sum_i^{N_H} x_i x_j, \quad (3.27)$$

gdzie położenia cząstek x_i i x_j są wyznaczone względem środka masy hala, zaś suma przebiega po wszystkich cząstkach składających się na dane halo. Teraz osie elipsoidy można wyznaczyć z wektorów własnych λ_i tensora bezwładności:

$$\begin{aligned} a &= \sqrt{\lambda_1}, \\ b &= \sqrt{\lambda_2}, \\ c &= \sqrt{\lambda_3}, \end{aligned} \quad (3.28)$$

$$(3.29)$$

gdzie

$$a > b > c.$$

Jako podstawowej miary kształtu elipsoidy danego hala użyjemy trójosiowości zdefiniowanej następująco

$$T = \frac{a^2 - b^2}{a^2 - c^2}. \quad (3.30)$$

Wysokie wartości parametru T oznaczają elipsoidę o kształcie wydłużonym, zaś niskie wartości trójosiowości mają halę o elipsoidach spłaszczonych. Z miarą trójosiowości są stowarzyszone dwa parametry eliptyczności

$$e_1 = 1 - \frac{c}{a} \quad \text{oraz} \quad e_2 = 1 - \frac{b}{a}. \quad (3.31)$$

Wysokie wartości parametrów e_1 i e_2 oznaczają, że w płaszczyźnie danych półośi rzut elipsoidy halę mocno odbiega od kuli.

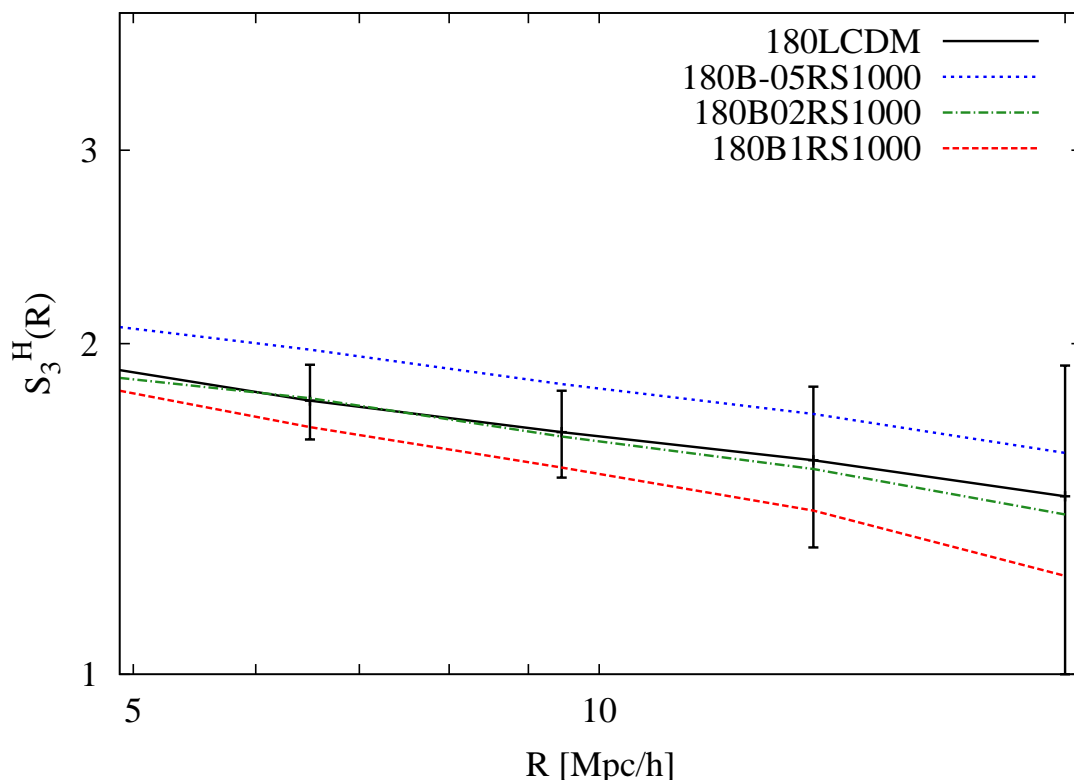
Na rysunkach 3.7 i 3.8 przedstawiamy dystrybucje parametrów T , e_1 i e_2 policzone dla katalogów hal CM z naszych symulacji wysokiej rozdzielczości dla wszystkich rozważanych modeli. Analiza powyższych wykresów prowadzi nas do wniosku, że siły ReBEL nie wpływają zasadniczo na kształty hal CM. Dystrybucje dla modelu porównania i poszczególnych modeli ReBEL zgadzają się ze sobą dobrze. Aby uwypuklić to stwierdzenie, w tabeli 3.2 zebraliśmy wartości średnie policzone dla każdej dystrybucji wraz z rozrzutem 1σ . Jak widać dane z tabeli potwierdzają, że badane dystrybucje w sensie statystycznym zgadzają się bardzo dobrze, a ewentualne różnice w wartościach średnich nie przekraczają 3%.

Tablica 3.2: Średnie wartości parametrów geometrii hal i błędy 1σ dla wszystkich dystrybucji wykreślonych na rysunkach 3.7 i 3.8.

Model	$\langle T \rangle$	σ_T	$\langle e_1 \rangle$	σ_{e_1}	$\langle e_2 \rangle$	σ_{e_2}
Λ CDM	0,6	0,21	0,366	0,122	0,2	0,11
32B05RS100	0,6	0,21	0,37	0,124	0,2	0,11
32B05RS200	0,6	0,21	0,364	0,124	0,2	0,11
32B05RS500	0,598	0,21	0,36	0,126	0,2	0,11
32B05RS1000	0,599	0,21	0,359	0,127	0,2	0,11
32B1RS1000	0,597	0,21	0,355	0,132	0,2	0,12

3.4 Korelacje przestrzenne

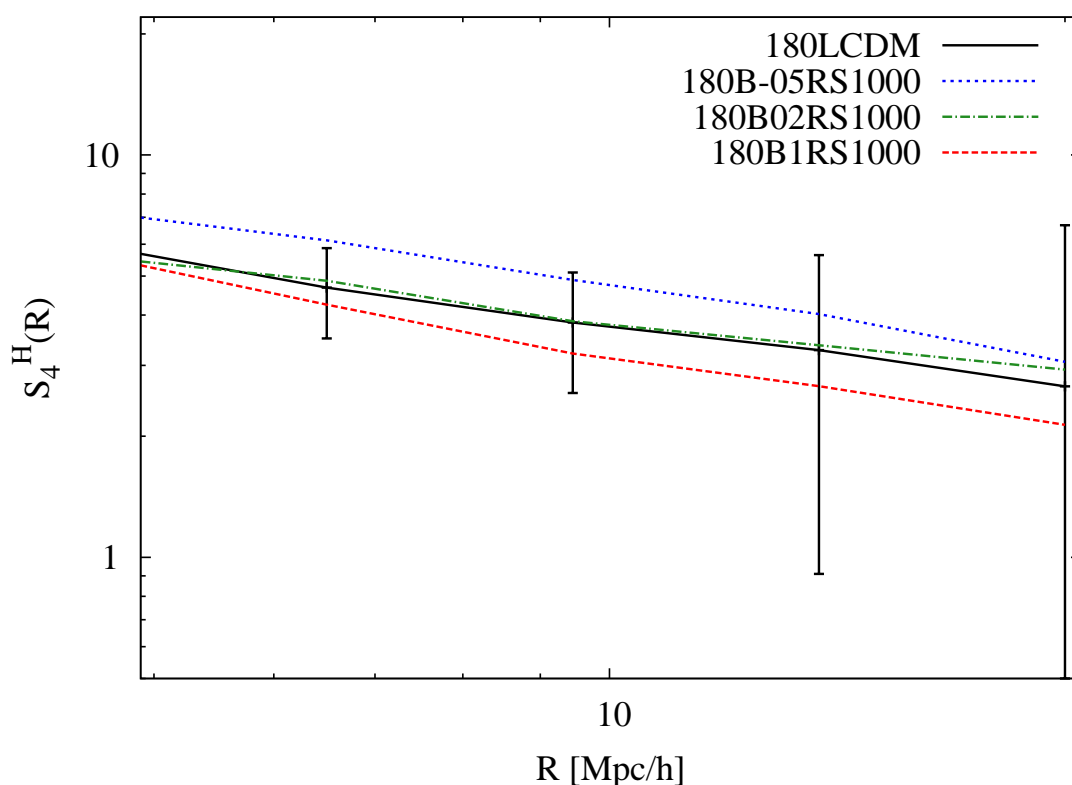
W tym podrozdziale powrócimy do amplitud hierarchicznych, które omawialiśmy w rozdziale 2. Skupimy się na skośności S_3 i kurtozie S_4 . W przeciwieństwie do wyników omawianych wcześniej, tym razem będziemy próbować pole gęstości liczbowej hal CM,



Rysunek 3.9: Skośność policzona dla katalogów hal CM z symulacji przeprowadzonych w pudłach o rozmiarach $180h^{-1}$ Mpc. Błędy oznaczają jedno odchylenie względem średniej po zespole.

które, jak już wspominaliśmy, jest nieliniowym wyznacznikiem pola gęstości masy tła. Użyjemy dokładnie takiej samej metody ZWK. Tym razem zliczać będziemy hala CM, a nie cząstki CM. Na potrzeby naszych obliczeń będziemy traktować hala CM jako obiekty punktowe utożsamione z położeniem swoich środków masy. Takie przybliżenie ma sens dla skal dużo większych niż promień rozważanych hal $R \gg R_H$. Na mniejszych skalach statystyka zliczeń w komórkach przestaje być miarodajna, ponieważ hala to obiekty rozciągnięte. W naszych obliczeniach posłużymy się katalogami hal z symulacji 180LCDM, 180B-05RS1000, 180B02RS1000 i 180B1RS1000. Ograniczymy się do hal zawierających co najmniej $N_H \geq 100$ cząstek, zatem do hal o masach $M_H \geq 2,9 \times 10^{12} h^{-1} M_\odot$. Największe hala w tych symulacjach to hala odpowiadające dużym gromadom galaktyk $M \sim 10^{15} h^{-1} M_\odot$. Takie hala mają promień wirialne rzędu $R_H \sim 3h^{-1}$ Mpc. Z drugiej jednak strony obiekty takie jak hala gromad i supergromad występują rzadko, dlatego w naszej statystyce będą dominować hala znacznie mniejsze - odpowiadające galaktykom. Te najliczniejsze hala będą

charakteryzować się zatem promieniami rzędu setek kiloparseków. Dlatego na potrzeby tego wywodu przyjmujemy, że skala graniczna próbkowania statystyki zliczeń w komórkach, począwszy od której będziemy uważać wyniki za znaczące, będzie równa $R = 5h^{-1}$ Mpc. Taka skala jest niemal dwukrotnie większa od promieni najmasywniejszych hal z naszych katalogów, a ponieważ nasz sygnał zdominowany jest przez halą znacznie od tej skali mniejsze, to potraktowanie hal jako punktów nie zakłóci statystyki na skalach $R \geq 5h^{-1}$ Mpc.



Rysunek 3.10: Kurtoza policzona dla katalogów hal CM z symulacji przeprowadzonych w pudłach o rozmiarach $180h^{-1}$ Mpc. Błędy oznaczają jedno odchylenie względem średniej po zespole.

Na rysunkach 3.9 i 3.10 umieściliśmy skośność i kurtozę obliczoną z rozkładu środków hal CM uśrednione dla każdego modelu po zespole symulacji wykonanych w pudle o rozmiarach $180h^{-1}$ Mpc we współrzędnych współporuszających się. Przypomnijmy, że pole tła gęstości masy w modelach ReBEL wykazywało się na skalach $R < 10h^{-1}$ Mpc skośnością i kurtozą odbiegającą od wartości tych amplitud w modelu porównania. Przy czym niedomiar (nadmiar) amplitud odnotowano dla modeli z dodatnim (ujemnym) parametrem β . Jak już wspominaliśmy wielokrotnie, pole gęstości liczbowej hal w sposób nieliniowy śledzi od-

powiadające mu w tle pole gęstości masy. Dlatego obecnie kluczowym pytaniem jest, jak w badanych modelach zachowują się wartości amplitud S_3^{Hala} i S_4^{Hala} na skalach, na których widzieliśmy wpływ oddziaływań skalarnych w polu gęstości tła? Analizując wykresy przedstawione na wspomnianych rysunkach możemy dojść do wniosku, że zarówno skośność pola gęstości liczbowej hal jak i jego kurtoza wykazują podobne zachowanie jak w przypadku gładkich pól gęstości tła. Model 180B-05RS1000 wykazuje w badanym przedziale odległości wyższe amplitudy S_3 i S_4 niż model porównania, odpowiednio model 180B1RS1000 charakteryzuje się tutaj niższymi wartościami skośności i kurtozy. Tak jak dla przypadku pola gęstości wartości amplitud modelu 180B02RS1000 są ciasno rozrzucone wokoło wartości modelu Λ CDM. Co ciekawe, tym razem obserwujemy, że różnica pomiędzy wartościami modelu porównania, a modeli ReBEL nie maleje wraz ze skalą próbkowania R . To zachowanie się amplitud hierarchicznych jest niespodziewane i odwrotne do tego co zanotowaliśmy w rozdziale 2. Pojawia się pytanie na ile ten efekt jest wynikiem naszej słabej rozdzielczości mas i sił w tych symulacjach a na ile występuje on w polu gęstości hal CM naprawdę? Niska rozdzielczość użytych tutaj symulacji powoduje, że w nasze wynikowe katalogi hal nie są bardzo liczebne. To odbija się na średniej oczekiwanej liczbie hal przypadającej na komórkę o danym promieniu R . By zbadać dokładnie ten efekt potrzebne będą symulacje wysokiej rozdzielczości (przynajmniej takiej jaką mają nasze symulacje w pudłach $L = 32h^{-1}$ Mpc) przeprowadzone dla pudeł o dużych rozmiarach ($L \geq 100h^{-1}$ Mpc). Niestety w chwili obecnej nie dysponujemy takimi symulacjami. Niemniej warto podkreślić, że jednak obserwujemy niższe wartości amplitud S_3 i S_4 w modelu 180B1RS1000 względem modelu porównania, a zatem również w statystyce przestrzennych korelacji hal CM swój ślad pozostawiają oddziaływania skalarne w CM. Co prawda dla naszych wyników błędy 1σ modelu Λ CDM są na tyle duże, że wartości S_3 i S_4 wszystkich badanych modeli zgadzają się ze sobą w granicach tych błędów. Jednak obserwujemy również, pojawiającą się tendencję, że model ReBEL z dodatnią wartością β ma amplitudy niższe, zaś model testowy z $\beta = -0,5$ ma odpowiednie amplitudy niższe niż model porównania. Odpowiednie zwiększenie liczebności naszych zespołów symulacyjnych (i zarazem użycie symulacji o lepszej rozdzielczości) powinno zmniejszyć błędy statystyczne na tyle, by pojawiająca się różnica między modelami przekroczyła granicę 1σ . Dlatego możemy stwierdzić, że w przyszłości będzie możliwe nałożenie obserwacyjnych ograniczeń na parametry modelu ReBEL na podstawie analizy skośności i kurtozy zmierzonych dla katalogów galaktyk.

3.5 Przyspieszone powstawanie struktur

Jak wspominaliśmy już przy okazji analizy ewolucji czasowej amplitud hierarchicznych (§ 2.3.4) oraz analizy CFM w tym rozdziale, modele ReBEL podają nam obraz, w którym formowanie się kosmicznych struktur zaczyna się wcześniej (dla wyższych wartości parametru przesunięcia ku czerwieni) niż w modelu Λ CDM. Co więcej, podstawowe rozważania dotyczące mechanizmów ponownej jonizacji gazu międzygalaktycznego w ramach modelu ReBEL wykazały, iż dodatkowe oddziaływania skalarne pomiędzy cząstkami CM rzeczywiście mogą doprowadzić do wczesnej ponownej jonizacji Wszechświata [CEN (2006B)]. W tym podrozdziale, korzystając z katalogów hal CM sporządzony w oparciu o nasze symulacje wysokiej rozdzielczości, wykażemy, że rzeczywiście w modelu ReBEL proces powstawania nieliniowych struktur kosmicznych zaczyna się wcześniej, jego gwałtowna część (dynamiczna wirializacja, akrecja i zlewianie się hal) jest przesunięta do wcześniejszych etapów ewolucyjnych względem SMK, oraz, że model ReBEL może ułatwić pogodzenie obserwacji bardzo wczesnej ponownej jonizacji międzygalaktycznego gazu z hierarchicznym charakterem procesu powstawania struktur przewidzianym przez model zimnej ciemnej materii.

3.5.1 Historie akrecji masy

Podążając za procedurą pokazaną w pracy [WECHSLER I IN. (2002)] (od teraz oznaczanej jako W02), będziemy fitować historię akrecji masy (HAM) pojedynczego hala CM do eksponencjalnej funkcji następującej postaci

$$\tilde{M}(a) = \exp[\alpha(1 - a^{-1})], \quad \tilde{M}(a) \equiv \frac{M(a)}{M_0}, \quad (3.32)$$

gdzie \tilde{M} oznacza masę hala dla danego kosmicznego czynnika skali a wyrażoną w jednostkach jego końcowej masy M_0 jaką to halo ma dla $z = 0$, zaś α jest wolnym parametrem, który trzeba wyznaczyć poprzez procedurę fitowania.

Powyższy parametr fitowania można wykorzystać do wyrażenia charakterystycznego redshiftu uformowania się hala

$$z_* = \frac{S}{\alpha} - 1, \quad (3.33)$$

zdefiniowanego jako czas dla którego logarytmicznie nachylenie krzywej tempa akrecji

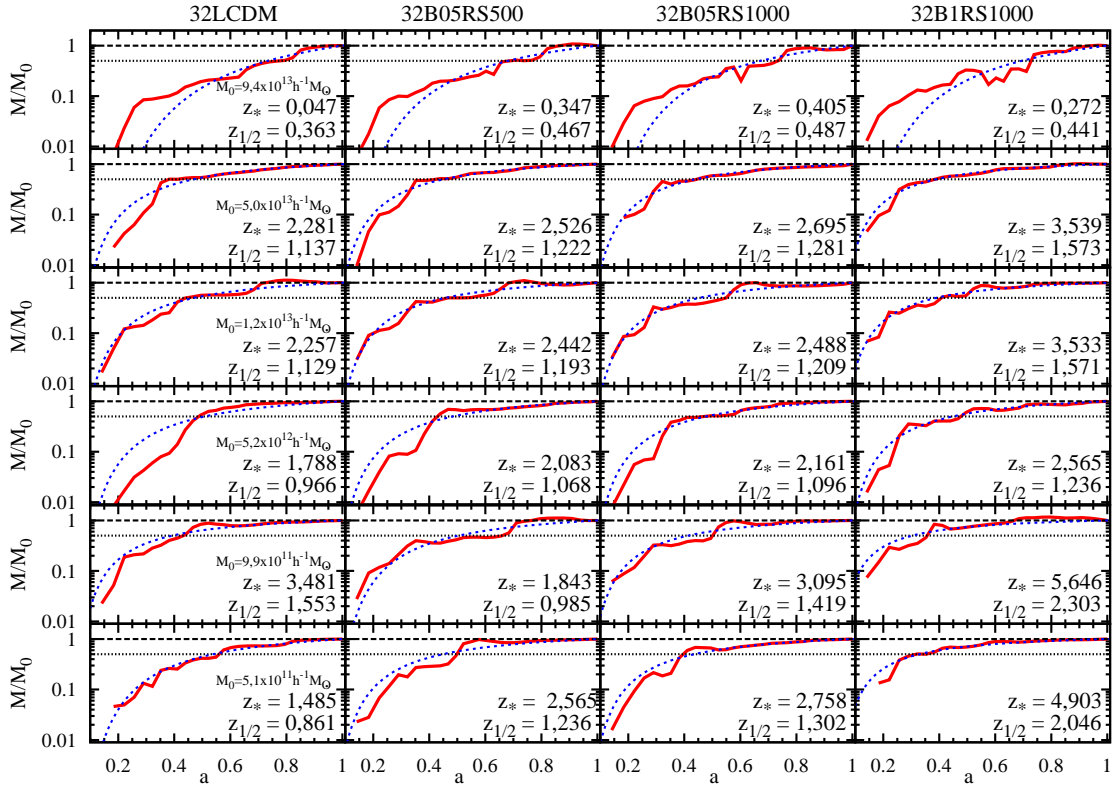
$$d \log M / d \log a$$

spadnie poniżej pewnej zdefiniowanej wartości granicznej S . W naszych badaniach przyjmujemy wartość $S = 2$ zalecaną w pracy W02. Zatem nasz obliczony w ten sposób z_* wskazuje na redshift na którym halo ciemnej materii wkroczyło w fazę spokojnej akrecji masy (t.j. ostatnie duże połączenie z innym halo powinno mieć miejsce dla $z > z_*$). Redshift uformowania się ($z_{1/2}$) - zazwyczaj definiowany jako czas, w którym dany obiekt ukonstytuował połowę swojej końcowej masy *exempli gratia* [LACEY I COLE (1993)] - możemy teraz wyrazić poprzez charakterystyczny redshift uformowania się z_*

$$z_{1/2} = \frac{-\log 0,5}{S}(z_* + 1) = \frac{-\log 0,5}{\alpha}. \quad (3.34)$$

Użyjemy z_* i $z_{1/2}$ otrzymanych z fitowania naszych numerycznie wyznaczonych HAM do równania (3.32) jako estymatorów okresu przejścia do fazy spokojnej akrecji i redshiftów uformowania się hal z naszych symulacji. Musimy jednak zauważyć, że nasze wyprowadzenia powyższych parametrów nie są oczywiście niezależne od siebie. Dlatego wyznaczaliśmy również dla kontrolnej próbki hal (30% hal dla każdego modelu) redshifty uformowania się $z_{1/2}$ używając tylko i wyłącznie numerycznych wartości funkcji HAM każdego halo z osobna, znajdując punkt, dla którego masa hala spada poniżej wartości $M_0/2$. Korelacja krzyżowa wartości $z_{1/2}$ wyznaczonych tymi dwiema metodami przyjmuje kształt prostej relacji 1 : 1 z rozrzutem wartości mniejszym niż 5%. Dlatego zdecydowaliśmy się używać wartości redshiftów uformowania się hal otrzymanych z równania (3.34) ze względu na wewnętrzną spójność z wartościami z_* .

W ogólności pokazano, że równanie (3.32) jest uniwersalnym i dobrym fitem do HAM hal (*exempli gratia* W02), jednakże w pracy [TASITSIOMI I IN. (2004)] podniesiono, że prosty eksponencjalny jednoparametrowy fit autorstwa W02 niekoniecznie jest dobrym fitem do HAM hal gromad galaktyk, jak również hal, które w niedalekiej przeszłości przeszły duże połączenie z innym halo. By takie przypadki nie obciążały naszej analizy zdecydowaliśmy się usunąć z rozważanych katalogów wszystkie hala, których wartości χ^2 odbiegały o co najmniej 1σ od średniej dla całej próbki, oraz wszystkie hala których Najmasywniejszy Przodek (NMP) nie został zidentyfikowany w co najmniej 24 z 30 naszych zapisanych redshiftowych katalogów hal. Ta procedura wyeliminowała $\sim 25\%$ z wszystkich hal z naszych oryginalnych katalogów. Dodatkowo ograniczymy naszą analizę do obiektów zawierających co najmniej 500 cząstek (dla $z = 0$), co odpowiada dolnemu ucięciu masy $\sim 10^{10} h^{-1} M_\odot$. Po zaaplikowaniu powyższych procedur zostało nam ~ 7000 hal w próbce Λ CDM i ~ 4700 obiektów w symulacji 32B1RS1000 (liczebność hal w słabszych modelach ReBEL zmienia się płynnie między liczebnością Λ CDM a 32B1RS1000), które teraz poddamy wnikliwej analizie.

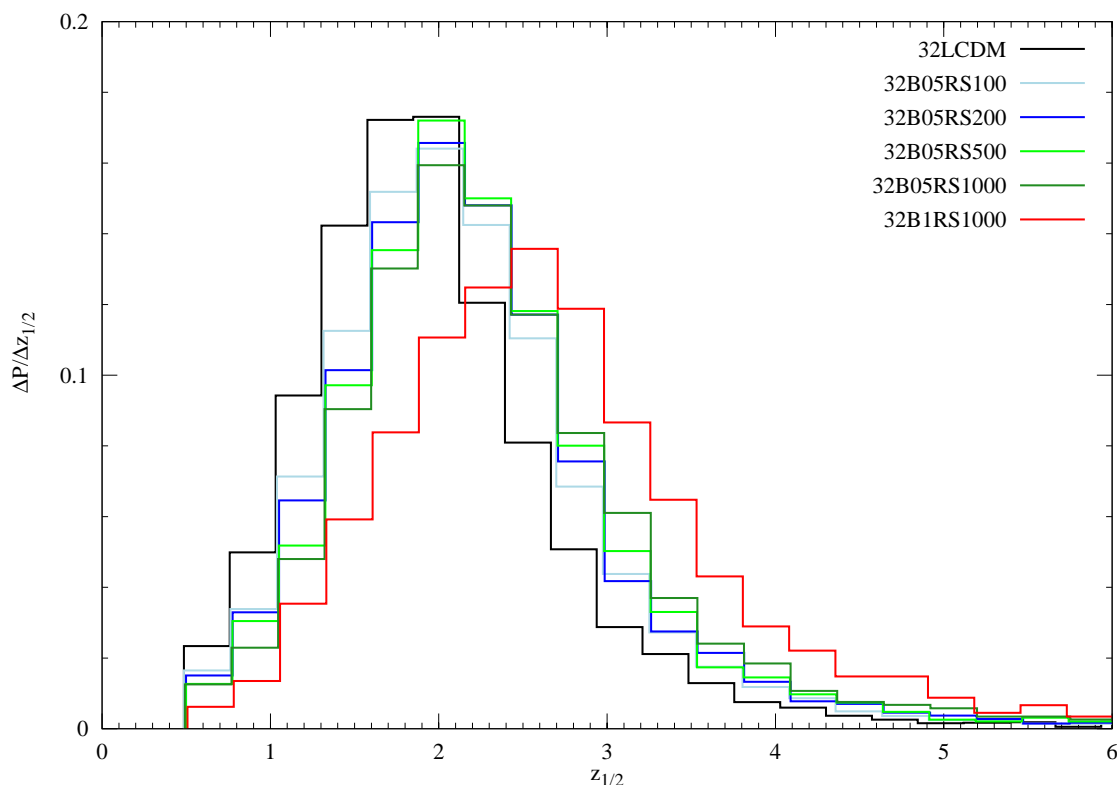


Rysunek 3.11: Historie akrecji masy (HAM) dla 6 wybranych, krzyżowo-skorelowanych hal CM. Ze względu na czytelność ograniczyliśmy się tylko do trzech badanych modeli ReBEL i modelu porównania. Ciągłe czerwone linie oznaczają właściwą historię akrecji wyznaczoną z katalogów hal dla wszystkich zapisanych redshiftów. Kreskowane niebieskie krzywe ukazują najlepsze dopasowanie do eksponencjalnej funkcji (3.32). Na każdym wykresie na dole po prawej stronie umieściliśmy redshift uformowania się halo $z_{1/2}$, charakterystyczny redshift formowania się z_* oraz masę hala w modelu Λ CDM. Poziome czarne kreskowane linie wyznaczają końcową masę hala, zaś poziome kropkowane czarne linie ukazują granicę połowy końcowej masy hala.

Na rysunku 3.5.1 prezentujemy HAM wraz z krzywymi najlepszego dopasowania dla sześciu obiektów z masami pokrywającymi cztery dekady ($5 \times 10^{11} h^{-1} M_{\odot} : 10^{14} h^{-1} M_{\odot}$). Ze względu na czytelność ograniczyliśmy się tutaj tylko do trzech najsilniejszych z pośród rozważanych modeli ReBEL. Ponieważ na tym rysunku zdecydowaliśmy się pokazać w tym samym rzędzie obiekty krzyżowo-skorelowane (zobacz S3.2.1), to możemy od razu zauważyć, że hala w modelach ReBEL mają większe redshifty uformowania się niż ich odpowiedniki z modelu Λ CDM. Co więcej, ogólne wrażenie jest takie, że hala ReBEL przebywają dłuższe fazy spokojnej akrecji (wartości ich z_* są większe): etap brutalnych połączeń został

przesunięty do wyższych redshiftów w porównaniu z SMK. Zatem hala w naszych modelach skalarnie-oddziałującej CM zawierają znacząco większą część swojej końcowej masy na wczesnych etapach ewolucji w porównaniu do ich kuzynów z modelu Λ CDM.

3.5.2 Redshift uformowania



Rysunek 3.12: Rozkłady prawdopodobieństwa redshiftu uformowania się $z_{1/2}$ dla wszystkich hal z naszych symulacji zawierających co najmniej 500 cząstek ($M_0 > 10^{10} h^{-1} M_{\odot}$).

Jeżeli wyrysujemy funkcje dystrybucji czasów uformowania się $z_{1/2}$ (patrz rysunek 3.12) to zaobserwujemy czysty trend dla wartości średniej $z_{1/2}$, która przesuwa się w kierunku wyższych redshiftów dla hal w modelach ReBEL. Chcemy odnotować również, że dla dystrybucji redshiftów uformowania się hal w modelu Λ CDM nasze wyniki zgadzają się z tymi przedstawionymi w pracy [LIN I IN. (2003A)] (tamże rysunki 2 i 3), jeżeli tylko zastosujemy przedziały mas takie jak we wspomnianej pracy.

Policzyliśmy funkcje dystrybucji tego samego typu również dla charakterystycznych redshiftów formowania z_* (ze względu na przejrzystość nie pokazujemy ich *explicite* na rysunku 3.12), zaś odpowiednie wartości średnie i wariancje zawarliśmy dla obu dystrybucji w tabeli

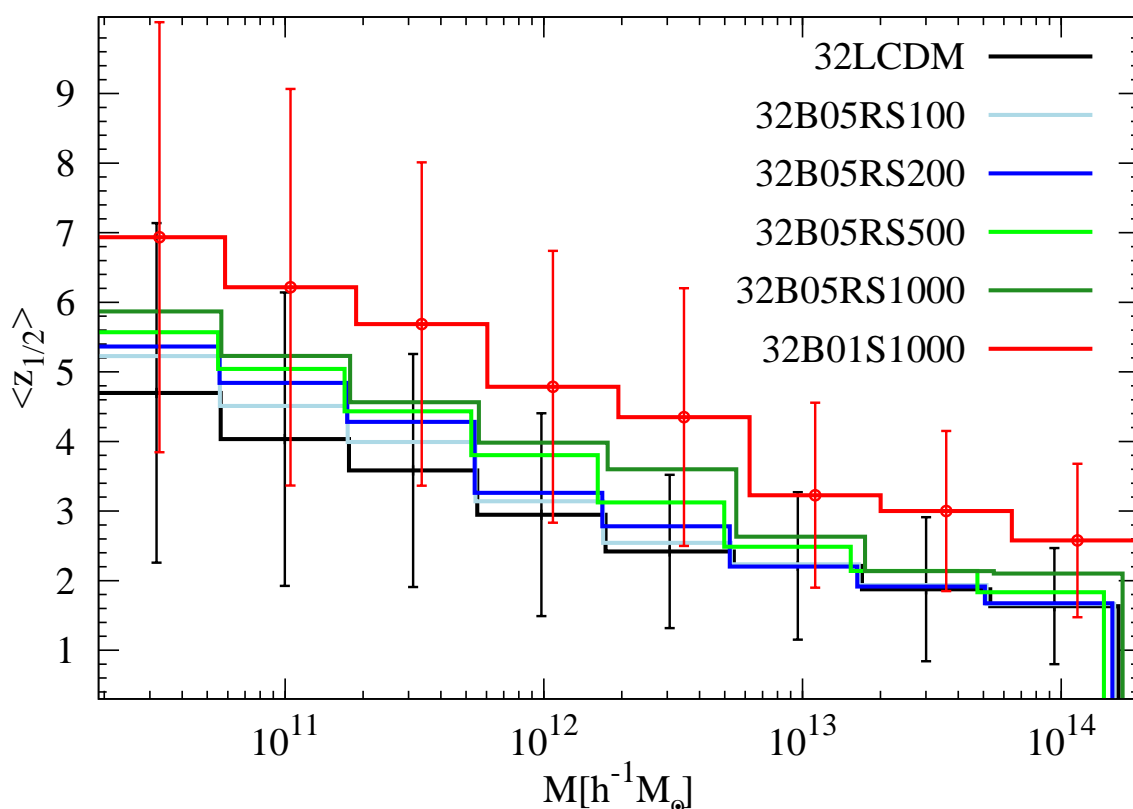
Tablica 3.3: Średnie wartości i rozrzuty 1σ dystrybucji $z_{1/2}$ i z_* dla wszystkich badanych modeli.

Model	$\langle z_{1/2} \rangle$	$\sigma_{z_{1/2}}$	$\langle z_* \rangle$	σ_{z_*}
Λ CDM	1,83	0,8	4,32	2,3
32B05RS100	2,02	0,8	4,83	2,4
32B05RS200	2,08	0,8	5,01	2,4
32B05RS500	2,12	0,9	5,16	2,5
32B05RS1000	2,21	0,9	5,4	2,7
32B1RS1000	2,54	1,0	6,39	3,0

3.3. Odnotujmy, że dla najsilniejszego modelu ReBEL przez nas rozważanego wartość średnia $z_{1/2}$ jest o 39 procent wyższa niż odpowiadająca wartość modelu porównania Λ CDM. Ten efekt jest donioślejszy dla wartości średniej rozkładu z_* . Odpowiadające przesunięcie średniej jest rzędu 48 procent. Odpowiednie rozrzuty 1σ rozkładów modeli ReBEL są również większe. Nie jest to zaskakujące, bowiem te dwie wielkości (redshifty) są powiązane liniową zależnością równania (3.34). Odnotujmy również, że amplitudy zmian $\langle z_{1/2} \rangle$ i $\langle z_* \rangle$ w modelach 32B05RS500 i 32B05RS1000 są porównywalnych wielkości, zaś dla dwóch modeli ReBEL o najmniejszych wartościach stałej ekranowania (32B05RS100 i 32B05RS200) wspomniane efekty są odpowiednio mniejsze, lecz wciąż zauważalne. Błędy 1σ powiązane ze wspomnianymi rozkładami są na tyle duże, że można uznać, iż wszystkie wartości średnie rozkładów wszystkich modeli zgadzają się ze sobą. Jednakże, jak to już nie raz zauważaliśmy, trend we wzroście wartości $\langle z_{1/2} \rangle$ i $\langle z_* \rangle$ jest skorelowany z wielkością parametrów opisujących dany model ReBEL. Zatem wnioskujemy, że wspomniany efekt podwyższenia średnich wartości jest rzeczywisty, pomimo dużych błędów statystycznych. Przyczyna tego, że wartości średnie rozkładów modeli ReBEL o tej samej wartości parametru β a różnych wartościach r_s tak nieznacznie różnią się między sobą jest następująca: nasze próbki hal są zdominowane przez obiekty o masach $M_0 < 10^{12} h^{-1} M_\odot$, których promienie wirialne są $r_{vir} < 200 h^{-1} \text{ kpc}$; zatem dla większości naszych obiektów rozważane długości ekranowania r_s sił ReBEL są większe bądź porównywalne z ich promieniami wirialnymi, toteż dla tych obiektów to głównie wartość parametru β wpływa na całkowite wzmocnienie oddziaływań jakie odczuwa zawarta w nich ciemna materia. Podsumowując ten akapit, chcielibyśmy podkreślić, że w zakresie przestrzeni parametrów modelu ReBEL zbadanym przez nas, to wielkość parametru β ma bardziej znaczący wpływ na zbadane wielkości niż wielkość dłu-

gości ekranowania.

Patrząc w połączeniu na przesunięcia: redshiftów uformowania się i charakterystycznych redshiftów formowania, możemy stwierdzić średnio rzecz biorąc, że hala w modelach ReBEL formują się wcześniej, a zatem docierają do średnich i niskich redshiftów z większymi masami. Co więcej, hala z wyjątkowo długimi fazami spokojnej akrecji występują znacznie częściej w populacji hal ReBEL niż w modelu porównania. Powrócimy do zagadnienia większej masy hal ReBEL w podrozdziale 3.5.3, gdzie będziemy badać ewolucję czasową CFM w naszych modelach.

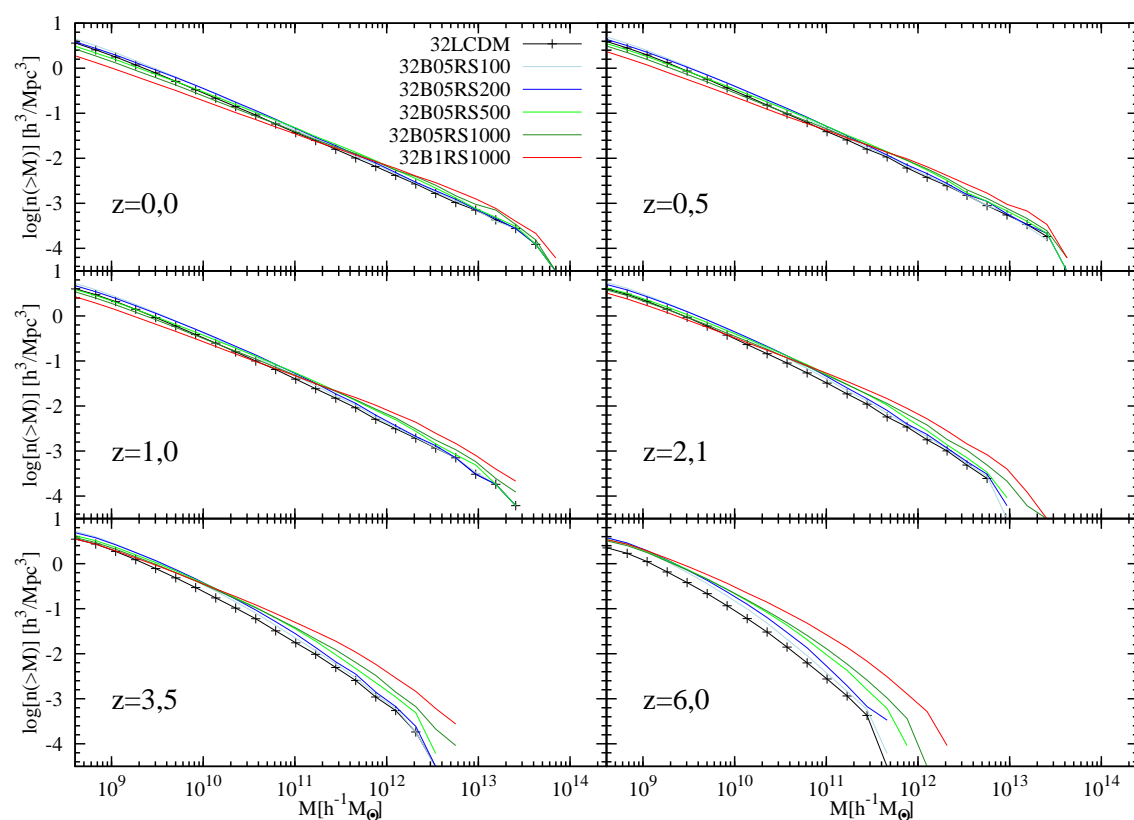


Rysunek 3.13: Wykres hierarchiczności powstawania struktur dla wszystkich modeli. Związek pomiędzy redshiftem uformowania się $z_{1/2}$ obiektu a jego masą M_0 . Słupki błędów odpowiadają rozrzutowi 1σ od średniej dla danego przedziału masy. Ze względu na przejrzystość pokazujemy błędy tylko dla modeli LCDM i 32B1RS1000, błędy pozostałych modeli są tych samych rzędów.

By sprawdzić, czy hierarchiczny charakter powstawania struktur jest zachowany w modelach ReBEL oraz w jaki sposób efekt wcześniejszego formowania się struktur zależy od masy hala, na rysunku 3.13 wykreśliliśmy średnią wartość $z_{1/2}$ policzoną w przedziałach masy. Zauważamy, że hierarchiczność powstawania struktur jest zachowana we wszystkich

naszych symulacjach, to jest najpierw formują się małe obiekty, zaś hala o większych masach powstają później. We wszystkich symulacjach ReBEL z wyjątkiem tych z wartościami $r_s = 100, 200h^{-1}$ kpc redshiftu uformowania się są większe od tych w symulacji SMK dla wszystkich rozważanych mas. Dla modeli 32B05RS100 i 32B05RS200 efekt podwyższenia wartości $z_{1/2}$ względem modelu Λ CDM zanika począwszy od mas rzędu $\sim 5 \times 10^{12} h^{-1} M_\odot$. To zjawisko uwiadamia nam, że jeżeli chodzi o redshift uformowania się, efekty sił skalarnych wykazują mocną korelację pomiędzy r_s modelu a końcową masą hala M_0 (więc również jego wirialnym promieniem). Jeżeli powstające halo ma promień większy niż rozważana długość ekranowania sił skalarnych, nie jest ono wstanie dużo efektywniej niż w przypadku modelu Λ CDM akreować materii ze swojego bezpośredniego otoczenia. Dla takich hal siły ReBEL co prawda powodują, że są one mocniej związane grawitacyjnie i z pewnością będą miały trochę większe masy końcowe, jednak ograniczony zasięg tych sił, powoduje, że hala o rozmiarach większych od r_s oddziałują z taką samą siłą jak w SMK z halami z otaczającej ich wielkoskalowej struktury. Zatem efekt przesunięcia się do wyższych redshiftów gwałtownej relaksacji i dużych połączeń z innymi halami dla hal o dużych (w porównaniu z wartością r_s) promieniach jest znacznie osłabiony lub całkiem wygaszony dla największych hal w naszych symulacjach. Odwrotnie widzimy, że modele z największą rozważaną wartością długości ekranowania $r_s = 1h^{-1}$ Mpc charakteryzują się w całym zbadanym zakresie mas podwyższoną względem Λ CDM wartością $z_{1/2}$, jest tak dlatego, że w tych modelach wartość r_s jest na tyle duża, że wpływa również na HAM najmasywniejszych obiektów w naszych symulacjach.

Reasumując obserwujemy, że w modelach 32B05RS100, 32B05RS200 i 32B05RS500 hala o masach $10^{11} h^{-1} M_\odot < M < 5 \times 10^{12} h^{-1} M_\odot$ formują się na znacząco wyższych redshiftach w porównaniu do standardowego modelu zimnej ciemnej materii. Dla modeli 32B05RS1000 i 32B1RS1000 nawet hala o masach porównywalnych do mas grup galaktyk $10^{13} h^{-1} M_\odot < M < 10^{14} h^{-1} M_\odot$ gromadzą większość swojej masy na relatywnie wcześniejszych etapach ewolucji. Musimy jednak podkreślić, że dla obiektów o masach $M > 10^{13} h^{-1} M_\odot$ rozważany sygnał jest zdominowany przez efekty niskich liczebności, tj. dysponujemy zaledwie ~ 30 obiektami w tym przedziale mas. By precyzyjniej i dogłębniej zbadać różnicę pomiędzy SMK a modelami ReBEL na masach tej skali będzie wymagane znacznie większe pudło symulacyjne.



Rysunek 3.14: Ewolucja całkowych funkcji mas wyznaczonych dla wszystkich obiektów zawierających co najmniej 20 cząstek. Po lewej stronie na dole każdego wykresu umieściliśmy odpowiadający redshift.

3.5.3 Ewolucja funkcji mas

Jak już spekulowaliśmy wcześniej hala w modelach ReBEL nie tylko formują się wcześniej, lecz również niosą większą masę. By potwierdzić zasadność tego stwierdzenia sporządziliśmy rysunek 3.14, gdzie umieściliśmy CFM policzone dla wszystkich badanych modeli dla redshiftów $z = 6,0; 3,5; 2,1; 1,0; 0,5$ oraz 0.

Zauważamy, że dla $z = 6,0$ i $z = 3,5$ wszystkie CFM modeli ReBEL mają wyższe amplitudy w porównaniu do CFM hal modelu Λ CDM w całym zbadanym zakresie mas. Zatem na wysokich redshiftach model ReBEL produkuje więcej nieliniowych struktur niż model standardowej ciemnej zimnej materii. Jednakże poczynając od $z \leq 2,1$ proces powstawania struktur w modelu Λ CDM zaje się „doganiać” modele ReBEL. Możemy to zauważyć na wspomnianym rysunku: różnice pomiędzy amplitudami CFM policzonymi dla $z = 0$ są znacznie mniejsze w porównaniu z tymi obserwowanymi dla wysokich przesunięć ku czerwieni. W dodatku, odnotowujemy interesującą własność pojawiającą się dla małych redshiftów: podczas gdy CFM na $z = 6$ i $z = 3,5$ miały wyższe amplitudy w modelach ReBEL w całym zakresie mas, dla $z = 0$ tylko wielko-masowy ogon funkcji mas hal ReBEL wykazują nadmiar w stosunku do CFM hal Λ CDM. Mało-masowy koniec CFM modeli ReBEL wykazuje dla niskich redshiftów niedomiar amplitudy w porównaniu do LCDM. Ostatnia wspomniana własność wskazuje na to, iż w kosmologii ReBEL część małowasywnych obiektów została wcześniej użyta w procesie powstawania struktur jako cegiełki budujące cięższe obiekty. Redshift począwszy od którego obserwujemy znaczny niedomiar CFM o obszarze małych mas zależy od siły badanego modelu ReBEL. Wszystkie powyższe stwierdzenia wzięte razem jasno uwypuklają, iż procesy gwałtownego i nieliniowego powstawania struktur kosmicznych zachodzą dla późniejszych etapów ewolucji w modelu Λ CDM w porównaniu do modeli z ciemną materią oddziałującą skalarnie.

3.6 Podsumowanie

Głównym wnioskiem płynącym z analizy wyników przedstawionych w tym rozdziale jest to, że niewielka modyfikacja paradygmatu zimnej ciemnej materii w postaci dodatkowego dynamicznie ekranowanego oddziaływania skalarnego pomiędzy cząstkami ciemnej materii, prowadzi do obrazu teoretycznego, w którym pojawia się więcej nieliniowych, grawitacyjnie związanych obiektów we Wszechświecie o wysokiej wartości przesunięcia ku czerwieni. To z kolei sprzyja wczesnej ponownej jonizacji gazu międzygalaktycznego. Powyższy efekt możemy wyrazić badając czynnik η , który opisuje wydajność procesów joni-

zacji ośrodka międzygalaktycznego [CEN (2006B, 2003)]

$$\eta \equiv \frac{c_{\star} f_{esc} (d f_M / dt) e_{UV}}{C(1+z)^3}, \quad (3.35)$$

gdzie c_{\star} jest czynnikiem opisującym wydajność procesów gwiazdotwórczych, f_{esc} jest stosunkiem uciekających z galaktyk fotonów jonizacyjnych, dd_M/dt określa tempo powstawania hal CM, e_{UV} wyraża efektywność produkcji jonizujących fotonów zaś C jest tutaj czynnikiem opisującym stopień „grudkowatości” (podzielenia na obłoki) gazu. W powyższym równaniu licznik wyznacza tempo produkcji fotonów jonizacyjnych, zaś mianownik odpowiada tempu niszczenia tych fotonów. Gdy η przekroczy pewną graniczną wartość, międzygalaktyczny ośrodek staje się zjonizowany. Ponieważ modele ReBEL charakteryzują się bogatszymi strukturami dla $z = 6$, odpowiadające im tempa produkcji hal dla chwil wcześniejszych niż $z = 6$ musiały być większe niż tempo produkcji hal modelu Λ CDM. Zwiększając zatem licznik równania (3.35) siły skalarne ułatwiają przekroczenie granicy ponownej jonizacji we Wszechświecie o wysokiej wartości przesunięcia ku czerwieni.

Idąc dalej, możemy podkreślić, że wcześniejsze powstawanie i formowanie się hal CM, jakie występuje w kosmologii ReBEL, powoduje przesunięcie znaczącej części zjawisk, określanych jako duże i gwałtowne połączenia między halami, do wcześniejszych etapów ewolucji Wszechświata. Wynikiem tego w modelach ReBEL znajdujemy znacząco więcej hal CM charakteryzujących się wydłużoną fazą spokojnej akrecji masy, niż ma to miejsce w scenariuszach powstawania struktury związanych z modelem Λ CDM. Taka własność modelu ReBEL może znacząco ułatwić galaktykom zdominowanym przez cienkie dyski zachowanie ich cienkich dysków aż do chwili obecnej. Dodatkowo w takim obrazie, wyjątkowo długa epoka relatywnego spokoju i braku dużych połączeń jaką wyróżnia się galaktyka Drogi Mlecznej, nie będzie już zjawiskiem o niespotykanej rzadkości i wyjątkowości [HAMMER I IN. (2007)].

Następnie pokazaliśmy również, chociaż tylko wstępnie, że daleko-zasięgowe oddziaływania skalarne pomiędzy cząstkami CM zwiększają do pewnego stopnia masy hal CM. To również może być istotny efekt pomagający zrozumieć istnienie obiektów taki jak masywne supergromady galaktyk występujące na średnich redshiftach. Symulacje wysokiej rozdzielczości jakich wyniki przedstawiliśmy nie obejmują jednak wystarczająco dużej objętości by móc posłużyć do badań nad obiektami tak masywnymi, z drugiej strony nasze symulacje w pudłach o rozmiarach $180h^{-1}$ Mpc odznaczają się zbyt niską rozdzielczością. Dlatego efekt zwiększenia masy hal CM będzie musiał być zbadany przy użyciu nowych symulacji N-ciałowych wysokiej rozdzielczości.

Wykazaliśmy również, że siły ReBEL wpływają również na niektóre wewnętrzne własności hal CM. Analiza uśrednionych profili gęstości wykazała, że hala ReBEL również wykazuje się istnieniem uniwersalnego profilu gęstości NFW. Co więcej jednak, średnio rzecz biorąc profile gęstości hal CM charakteryzują się wyższymi wartościami parametru koncentracji c . Ten efekt może mieć potencjalnie ważne dla modeli ReBEL implikacje obserwacyjne, jednak by rozwiązać tą kwestię znacznie bardziej dokładne i czasochłonne badania są potrzebne. Autor rozprawy zajmie się nimi w przyszłości.

Nasze badania parametru spinu λ hal CM pokazały, iż hala w modelach ReBEL mogą odznaczać się średnio nieco wyższymi wartościami tego parametru. Mimo, że obserwowana różnica nie jest znacząca, wyższe wartości λ mogą ułatwić powstawanie galaktyk z cienkimi dyskami. Co z obserwacyjnego punktu widzenia jest cechą pożądaną.

W niniejszym rozdziale udowodniliśmy również, że obecność dodatkowego oddziaływania w sektorze CM nie wpływa w żaden sposób na wynikową geometrię hal CM.

Na koniec wspomnimy jeszcze, że efekty sił ReBEL pojawiające się w statystyce korelacji przestrzennych pola gęstości barionów i CM jakie obserwowaliśmy w rozdziale 2 pojawiają się również w przypadku skośności i kurtozy w polu gęstości liczbowej hal CM. Jest to ważny wynik, gdyż otwiera on drogę do ustalenia bezpośrednich ograniczeń obserwacyjnych na dwa wolne parametry modelu ReBEL: siłę dodatkowego oddziaływania - β i długość ekranowania r_s .

Powyższe wnioski uprawniają nas do stwierdzenia, że model ReBEL posiada spory potencjał, który może pomóc złagodzić niektóre pojawiające się napięcia między obserwacjami a teoretycznymi przewidywaniami SMK [BENSON I IN. (2006B); KOGUT I IN. (2003B); DRIVER (2010); STEWART I IN. (2008B); YAMILA YARYURA I IN. (2010)].

Podsumowanie i dyskusja wyników

Celem niniejszej rozprawy było zbadanie własności modelu ReBEL i jego wpływu na podstawowe zagadnienia kosmologiczne. Ponieważ model ReBEL został zaproponowany jako pewna modyfikacja paradygmatu standardowej zimnej ciemnej materii, w niniejszej pracy wszelkie wyniki pojawiające się dla modelu ReBEL zostały zestawione z wynikami modelu porównania - standardowego modelu kosmologicznego Λ CDM. Jest to oczywista i jedyna droga badania nowych hipotez mających w założeniu udoskonalić SMK. Model Λ CDM jest bardzo udanym i dobrym modelem, powszechnie akceptowanym i z sukcesem przechodzącym wiele testów obserwacyjnych. Dlatego jakakolwiek jego modyfikacja, jeżeli chce odnieść sukces, musi nie tylko powtórzyć udane przewidywania SMK, lecz również wniesić nowe, bardziej poprawne obserwacyjne wyniki. Postulat dodatkowych oddziaływań skalarnych, mających występować tylko pomiędzy cząstkami ciemnej materii, opiera się jednak na nie do końca ścisłych rozważaniach na polu teorii superstrun i supersymetrii. Dlatego przyjęta przez nas, za literaturą tematu, fenomenologiczna parametryzacja modelu jest tylko pierwszym jego przybliżeniem. Niemniej mimo swojego fenomenologicznego charakteru, badany model jest w gruncie rzeczy pewną propozycją gruntownej rewizji przyjętego poglądu na naturę ciemnej materii. Dlatego tak ważne było przeprowadzenie szczegółowych badań teoretycznych modelu.

W rozdziale 2 przedstawiliśmy analizę wpływu dodatkowych oddziaływań na wielopunktową statystykę korelacyjną pól gęstości CM i barionów. Pokazaliśmy, że na galaktycznych skalach odległości ($\sim 1h^{-1}$ Mpc) pola gęstości pojawiające się w modelach ReBEL zasadniczo różnią się od pól gęstości modelu porównania. Wykazaliśmy, że siły skalarnie opisane fenomenologią ReBEL zmniejszają wartości amplitud korelacyjnych na skalach rzędu rozważanych długości ekranowania r_s . Szczegółowo przedstawiliśmy zmiany i ich ewolucję czasową dla skośności S_3 i kurtozy S_4 pola gęstości. Wykazaliśmy, że efekty występujące

dla pola gęstości CM pojawiają się również, chociaż w mniejszym stopniu, w stowarzyszonym polu gęstości barionów. W złączeniu z wynikami analizy widma mocy fluktuacji gęstości, powyższe wyniki niosą ważne implikacje. O ile model ReBEL jest w stanie odtworzyć poprawnie kształt i amplitudę widma mocy (zwłaszcza barionowego) modelu Λ CDM na poznanych obserwacyjnie skalach, to jest pewne, że różnice pojawiające się w amplitudach skośności i kurtozy nie są małe. Przedstawione wyniki sugerują, że pierwszym krokiem wiodącym do obserwacyjnej falsyfikacji modelu powinno być zbadanie obserwacyjnych amplitud korelacyjnych i zestawienie ich z przewidywaniami modeli Λ CDM i ReBEL.

W rozdziale 3 przedstawiliśmy dogłębną analizę wpływu sił ReBEL na wewnętrzne własności hal CM takie jak: parametr spinu, parametry opisujące geometrię hal, profile gęstości i parametry koncentracji; przedstawiliśmy również analizę efektów związanych z modelem ReBEL, a pojawiających się we własnościach całych populacji hal takich jak: całkowita funkcja mas, czasy uformowania się hal oraz skośność i kurtozę pola gęstości liczbowej hal. Przedstawione wyniki świadczą, że na większość rozważanych własności hal model ReBEL ma istotny wpływ. Co istotne, analiza wyższych momentów korelacji przestrzennych hal wykazała, że i tutaj również efekty sił skalarnych są znaczące i powinny być, *in presencia*, obserwowalne.

Reasumując, wykazaliśmy, że model ReBEL, ma potencjał, by pomóc załagodzić niektóre napięcia pomiędzy wynikami obserwacji a przewidywaniami teoretycznymi modelu Λ CDM. Mamy tutaj na myśli

- problem pustek kosmicznych; badania funkcji gęstości prawdopodobieństwa kontrastu gęstości CM wykazały, że w modelu ReBEL pustki kosmiczne mogą charakteryzować się mniejszą zawartością materii w porównaniu do SMK. Nie jest to w żadnym razie ścisły dowód na to że pustki kosmiczne w modelu ReBEL zawierają mniej jasnych galaktyk, niemniej z pewnością mniejsza ilość materii pozostającej w pustkach sugeruje również mniejszą liczbę galaktyk,
- problem wczesnej ponownej jonizacji Wszechświata; wykazaliśmy niezbicie, że hala w modelu ReBEL powstają wcześniej niż w modelu Λ CDM. Jeżeli hala powstają wcześniej, to również galaktyki, które te hala zamieszkują, powinny pojawiać się wcześniej. Wszystko to razem wzięte implikuje, że we Wszechświecie modelu ReBEL łatwiej jest zjonizować międzygalaktyczny ośrodek na wczesnych etapach ewolucji,
- problem przetrwania galaktyk spiralnych z cienkimi dyskami; szybsze powstawanie struktur w modelu ReBEL idzie w parze z przesunięciem dużej części gwałtownych

procesów halotwórczych do wcześniejszych etapów ewolucji. W modelu ReBEL duża część hal, które powinny zawierać galaktyki spiralne, odznacza się dłuższymi fazami spokojnej akrecji materii. Takie długie fazy, które rzadko pojawiają się w modelu Λ CDM, pozwoliłyby galaktykom spiralnym na odbudowanie swoich cienkich dysków zniszczonych podczas wcześniejszych zderzeń z innymi galaktykami,

- problem dużej populacji galaktyk z cienkimi dyskami; ta kwestia wiąże się bezpośrednio z problemem wymienionym powyżej. Zaobserwowane przez nas większe wartości parametru spinu hal modelu ReBEL sugerują, że w tym modelu galaktyki spiralne z cienkimi dyskami powinny powstawać nieco częściej niż w modelu Λ CDM.

Nasze badania wykazały jednak również, że z modelem ReBEL mogą się wiązać dodatkowe problemy:

- niższe wartości skośności i kurtozy mogą być trudne do pogodzenia z wartościami zmierzonymi z katalogów galaktyk; by przejść ten test obserwacyjny, model ReBEL być może będzie wymagał wprowadzenia osobliwej postaci funkcji obciążenia łączącej obfitość hal CM z obfitością galaktyk,
- wyższe parametry koncentracji związane z profilami gęstości hal ReBEL mogą być korzystne, z obserwacyjnego punktu widzenia, w przypadku hal odpowiadających gromadom galaktyk; niemniej wysokie koncentracje hal galaktycznych mogą tylko pogłębić problem związany z tym, że obserwuje się profile, które są płytsze w swoich najbardziej centralnych obszarach niż przewiduje model Λ CDM. Jeżeli w modelu ReBEL hala galaktyczne charakteryzują się dużo wyższymi koncentracjami, to ich profile będą jeszcze głębsze niż te hal w modelu Λ CDM.

Na koniec chcielibyśmy zaznaczyć, że niniejsza rozprawa przedstawia wyniki, dzięki którym model ReBEL wkracza w fazę dobrze poznanego teoretycznie modelu kosmologicznego. Analiza zawarta między okładkami tej książki doprowadza model ReBEL do etapu, w którym jest on gotowy, by zostać dokładnie przetestowany empirycznie. Dzięki przedstawionym wynikom będzie w przyszłości możliwe nałożenie ograniczeń obserwacyjnych na wolne parametry modelu. Autor żywi głębokie przekonanie, że dzięki pracy spisanej na tych kartach będzie możliwa ewentualna falsyfikacja modelu, lub jego dalszy rozwój. Bez względu na ostateczny wynik przyszłych badań, pewne jest, że dzięki dokładnym badaniom nad przedstawionym modelem będzie możliwe otwarcie nowego okna dającego wgląd w egzotyczną fizykę ciemnej materii.

A

Dodatek - Numeryczne funkcje wygładzające

Kernel wygładzania używany do obliczeń SPH w kodzie GADGET2 jest funkcją klina o postaci [\[MONAGHAN I LATTANZIO \(1985\)\]](#)

$$W_{SPH}(r; \varepsilon) = \frac{8}{\pi \varepsilon^3} \begin{cases} 1 - 6\left(\frac{r}{\varepsilon}\right)^2 + 6\left(\frac{r}{\varepsilon}\right)^3, & 0 \leq \frac{r}{\varepsilon} \leq \frac{1}{2}, \\ 2(1 - \frac{r}{\varepsilon})^3, & \frac{1}{2} < \frac{r}{\varepsilon} \leq 1, \\ 0, & \frac{r}{\varepsilon} > 1. \end{cases} \quad (\text{A.1})$$

Tutaj r oznacza odległość między cząstkami, zaś ε to parametr zmiękczenia.

Wygładzony potencjał grawitacyjny grupy cząstek w węźle drzewa jest dany przez (równanie [1.122](#)) w rozdziale § 1.6)

$$\Phi(\mathbf{r}) = -G \sum_i m_i g(|\mathbf{x}_i - \mathbf{r}|). \quad (\text{A.2})$$

Jeżeli potraktujemy siłę pochodzącą od punktowych mas m_i jako siłę wynikającą z ciągłego rozkładu gęstości $\rho(\mathbf{r}) = m_i W_{SPH}(\mathbf{r}; \varepsilon)$ to wynikowa funkcja wygładzająca $g(r)$ będzie miała postać [\[SPRINGEL I IN. \(2001\)\]](#)

$$g(r) = -\frac{1}{\varepsilon} W_g\left(\frac{r}{\varepsilon}\right). \quad (\text{A.3})$$

Z jądrem wygładzającym wyrażonym przez

$$W_g(u) = \begin{cases} \frac{16}{3}u^2 - \frac{48}{5}u^4 + \frac{32}{5}u^5 - \frac{14}{5}, & 0 \leq u \leq \frac{1}{2}, \\ \frac{1}{15u} + \frac{32}{3}u^2 - 16u^3 + \frac{48}{5}u^4 - \frac{32}{15}u^5 - \frac{16}{5}, & \frac{1}{2} \leq u < 1, \\ -\frac{1}{u}, & u \geq 1. \end{cases} \quad (\text{A.4})$$

Pochodne funkcji $g(r)$ pojawiają się w multipolowym rozwinięciu wygładzonego potencjału

grawitacyjnego. Odpowiednie funkcje pojawiające się w równaniu (1.124) mają postać

$$g_1(y) = \frac{g'(y)'}{y}, \quad (\text{A.5})$$

$$g_2(y) = \frac{g''(y)}{y^2} - \frac{g'(y)}{y^3}, \quad (\text{A.6})$$

$$g_3(y) = \frac{g_2'(y)}{y}, \quad (\text{A.7})$$

$$g_4(y) = \frac{g_1'(y)}{y}. \quad (\text{A.8})$$

Przyjmując $u = y/\varepsilon$ możemy napisać postacie powyższych funkcji *explicite* jako

$$g_1(y) = \frac{1}{\varepsilon^3} \begin{cases} -\frac{32}{3} + \frac{192}{5}u^2 - 32u^3, & u \leq \frac{1}{2}, \\ \frac{1}{15u^3} - \frac{64}{3} + 48u - \frac{192}{5}u^2 + \frac{32}{3}u^3, & \frac{1}{2} < u < 1, \\ -\frac{1}{u^3}, & u > 1, \end{cases} \quad (\text{A.9})$$

$$g_2(y) = \frac{1}{\varepsilon^5} \begin{cases} \frac{384}{5} - 96u, & u \leq \frac{1}{2}, \\ -\frac{384}{5} - \frac{1}{5u^2} + \frac{48}{u} + 32u, & \frac{1}{2} < u < 1, \\ \frac{3}{u^5}, & u > 1, \end{cases} \quad (\text{A.10})$$

$$g_3(y) = \frac{1}{\varepsilon^7} \begin{cases} -\frac{96}{u}, & u \leq \frac{1}{2}, \\ \frac{32}{u} + \frac{1}{u^7} - \frac{48}{u^3}, & \frac{1}{2} < u < 1, \\ -\frac{15}{u^7}, & u > 1, \end{cases} \quad (\text{A.11})$$

$$g_4(y) = \frac{1}{\varepsilon^7} \begin{cases} -\frac{96}{5}(5u - 4), & u \leq \frac{1}{2}, \\ \frac{48}{u} - \frac{1}{5u^5} - \frac{384}{5} + 32u, & \frac{1}{2} < u < 1, \\ \frac{3}{u^5}, & u > 1. \end{cases} \quad (\text{A.12})$$

B

Dodatek - Wyprowadzenie analitycznej postaci $\gamma_1(R)$

Dla kompletności wywodu głównego w § 2.2.5 przytaczamy analityczne wyprowadzenie wzoru na logarytmiczny wykładnik nachylenia widma mocy γ_1 . Autorem poniższego rachunku jest profesor Roman Juskiewicz.

Definujemy pramater γ jako

$$\gamma_1 \equiv -\frac{d \log \sigma^2(R)}{d \log R}, \quad (\text{B.1})$$

gdzie $\sigma^2(R) \equiv \langle \delta^2(R) \rangle$, a R jest współporuszającym się promieniem sferycznego filtra

$$W_R(x) \equiv \begin{cases} \frac{3}{4\pi R^3}, & x \leq R, \\ 0, & x > R. \end{cases} \quad (\text{B.2})$$

Z definicji zaburzenie gęstości δ ma następujące relacje pomiędzy przestrzenią rzeczywistą a obrazem w przestrzeni Fouriera

$$\delta(\vec{x}) = 2\pi^{-3/2} \int \delta_k e^{i\vec{k} \cdot \vec{x}} d^3 k \quad (\text{B.3})$$

$$\delta_k = 2\pi^{-3/2} \int \delta(\vec{x}) e^{-i\vec{k} \cdot \vec{x}} d^3 x. \quad (\text{B.4})$$

Wygładzony kontrast gęstości wyrazi się przez

$$\delta_R(\vec{x}) = \int \delta(\vec{x}') W_R(|\vec{x} - \vec{x}'|) d^3 x'. \quad (\text{B.5})$$

Teraz średnia po zespole drugiego momentu pola gęstości będzie dana przez [\[PEEBLES \(1980\)\]](#)

$$\begin{aligned} \langle \delta_R^2(\vec{x}) \rangle &= \iint d^3 x' d^3 x'' \langle \delta(\vec{x}') \delta(\vec{x}'') \rangle W_R(|\vec{x} - \vec{x}'|) W_R(|\vec{x} - \vec{x}''|) \\ &= \iint d^3 x' d^3 x'' \xi(\vec{x}' - \vec{x}'') W_R(\vec{x}') \cdot W_R(\vec{x}''). \end{aligned} \quad (\text{B.6})$$

Całkę (B.7) można również obliczyć w przestrzeni liczb falowych \vec{k} :

$$\delta_R(\vec{x}) \equiv \int \delta(\vec{x}') W_R(|\vec{x} - \vec{x}'|) d^3 x' = \int d^3 x' \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^{3/2}} e^{i\vec{k} \cdot \vec{x}'} \delta_k W_R(|\vec{x} - \vec{x}'|). \quad (\text{B.7})$$

Korzystając z tożsamości $e^{i\vec{k} \cdot \vec{x}'} e^{-i\vec{k} \cdot \vec{x}} \equiv 1$ możemy powyższą zależność przepisać do postaci

$$\delta_R(\vec{x}) = (2\pi)^{-3/2} \int d^3 k e^{i\vec{k} \cdot \vec{x}} \delta_k \int d^3 x' e^{i\vec{k} \cdot (\vec{x}' - \vec{x})} W_R(|\vec{x} - \vec{x}'|). \quad (\text{B.8})$$

Teraz zamieniając zmienne w powyższej całce z \vec{x}' na $\vec{y} = \vec{x} - \vec{x}'$, dostaniemy

$$\begin{aligned} \int d^3 y e^{i\vec{k} \cdot \vec{y}} W_R(y) &= \frac{3}{4\pi R^3} \int_0^R dy y^2 \cdot 2\pi \int_{+\pi}^0 e^{iky \cos \theta} d \cos \theta = \\ &= \frac{3}{4\pi R^3} \cdot 2\pi \int_0^R dy y^2 \int_{-1}^{+1} \exp(iky\mu) d\mu = \\ &= \frac{3}{2R^3} \int_0^R dy y^2 \frac{e^{iky} - e^{-iky}}{iky} = \frac{3}{R^3} \int_0^R dy \frac{\sin ky}{ky} y^2 = \\ &= \frac{3}{(kR)^3} \int_0^{kR} y \sin y dy. \end{aligned} \quad (\text{B.9})$$

Całkując przez części, dostajemy

$$\int_0^{kR} y \sin y dy = -y \cos y \Big|_0^{kR} + \int_0^{kR} \cos y dy = \sin kR - kR \cos kR. \quad (\text{B.10})$$

Zatem fourierowski obraz filtra $W_R(x)$ ma postać

$$W(kR) \equiv \int d^3 x e^{i\vec{k} \cdot \vec{x}} W_R(x) = \frac{3}{(kR)^3} (\sin kR - kR \cos kR). \quad (\text{B.11})$$

Funkcję okna można inaczej zapisać odwołując się do sferycznej funkcji Bessela

$$W(x) = \frac{3}{x} j_1(x). \quad (\text{B.12})$$

Przywołamy teraz postaci kilku pierwszych sferycznych funkcji Bessela

$$\begin{aligned} j_0(x) &= \frac{\sin x}{x}, \\ j_1(x) &= \frac{\sin x}{x^2} - \frac{\cos x}{x}, \\ j_2(x) &= \left(\frac{3}{x^3} - \frac{1}{x} \right) \sin x - \frac{3 \cos x}{x^2}. \end{aligned} \quad (\text{B.13})$$

Pochodne sferycznych funkcji Bessla są związane relacją iteracyjną

$$j'_l(x) \equiv \frac{dj_l(x)}{dx} = \frac{1}{2l+1} [lj_{l-1}(x) - (l+1)j_{l+1}(x)]. \quad (\text{B.14})$$

Zatem dla $l = 1$ dostaniemy

$$\frac{dj_1(x)}{dx} = \frac{1}{3} [j_0(x) - 2j_2(x)] . \quad (\text{B.15})$$

Uzbrojeni w powyższe relacje możemy przystąpić do wyprowadzenia wzoru na $\gamma_1(R)$. Wariancja pola gęstości wygładzonego sferycznym filtrem jest dana przez

$$\sigma_R^2 = (2\pi)^{-3} \iint d^3k d^3k' \langle \delta_k \delta_{k'} \rangle e^{i\vec{k} \cdot \vec{x} + i\vec{k}' \cdot \vec{x}} W(kR) W(k'R) . \quad (\text{B.16})$$

Obraz wariancji w przestrzeni Fouriera to widmo mocy

$$\langle \delta_k \delta_{k'} \rangle = P(k) \delta_D(\vec{k} + \vec{k}') , \quad (\text{B.17})$$

gdzie δ_D oznacza funkcję delta Diraca. Wstawiając równanie (B.17) do równania (B.16) otrzymamy

$$\sigma_R^2 = (2\pi)^{-3} \int d^3k P(k) W^2(kR) = \frac{1}{2\pi^2} \int_0^\infty dk k^2 P(k) W^2(kR) . \quad (\text{B.18})$$

Różniczkując po R otrzymamy

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_R^2}{dR} &= \frac{1}{2\pi^2} \int_0^\infty dk k^2 P(k) \frac{dW^2(kR)}{dR} ; \\ \frac{dW^2(kR)}{dR} &= 2kW(kR) \frac{dW(kR)}{d(kR)} ; \\ \text{zatem: } \frac{d\sigma_R^2}{dR} &= \frac{1}{\pi^2} \int_0^\infty dk P(k) k^3 W(kR) \frac{dW(kR)}{d(kR)} . \end{aligned} \quad (\text{B.19})$$

Przypomnijmy, że funkcja filtra sferycznego jest postaci $W(x) = \frac{3}{x} j_1(x)$, toteż na mocy równania (B.15) pochodna okna ma postać

$$\frac{dW}{dx} = -\frac{3}{x^2} j_1(x) - \frac{3}{x} j_1'(x) = -\frac{3}{x^2} j_1(x) + \frac{1}{x} [j_0(x) - 2j_2(x)] . \quad (\text{B.20})$$

Zatem wyrażenie na logarytmiczny wykładnik nachylenia wariancji będzie miało postać

$$\gamma_1(R) \equiv -\frac{d \log \sigma_R^2}{d \log R} = -\frac{2 \int_0^\infty dk P(k) k^2 (kR) W(kR) \frac{dW(kR)}{d(kR)}}{\int_0^\infty dk P(k) k^2 W^2(kR)} . \quad (\text{B.21})$$

Wstawiając do powyższego wzoru równanie (B.12) i równanie (B.19) otrzymamy

$$\gamma_1(R) = -\frac{\int_0^\infty dk P(k) k^2 \cdot 6j_1(x) \left\{ -\frac{3}{x^2} j_1(x) + \frac{1}{x} [j_0(x) - 2j_2(x)] \right\}}{\int_0^\infty dk P(k) k^2 \frac{9}{x^2} j_1^2(x)} . \quad (\text{B.22})$$

Teraz wstawiając za $x = kR$ odpowiednio otrzymamy

$$\gamma_1(R) = -\frac{2 \int_0^\infty dk P(k) j_1(kR) \{-3 j_1(kR) + kR [j_0(kR) - 2 j_2(kR)]\}}{3 \int_0^\infty dk P(k) j_1^2(kR)}. \quad (\text{B.23})$$

Ostatecznie po uproszczeniu otrzymamy

$$\gamma_1(R) = 2 - \frac{2 \int_0^\infty dk P(k) j_1(kR) kR [j_0(kR) - 2 j_2(kR)]}{3 \int_0^\infty dk P(k) j_1^2(kR)}. \quad (\text{B.24})$$

Mając numerycznie wyznaczone $P(k)$ dla danej symulacji możemy korzystając z powyższej zależności obliczyć, całkując dla odpowiedniego R , wartość parametru γ_1 , a co za tym idzie oczekiwaną wartość skośności dla pola gęstości w danym eksperymencie numerycznym.

- ABAZAJIAN, K. N., I INNI, . The Seventh Data Release of the Sloan Digital Sky Survey. *ApJS* **182**, 543, 2009.
- ABRAHAM, R. G., VAN DEN BERGH, S., NAIR, P. A New Approach to Galaxy Morphology. I. Analysis of the Sloan Digital Sky Survey Early Data Release. *ApJ* **588**, 218, 2003.
- AFSHORDI, N., LIN, Y., NAGAI, D., SANDERSON, A. J. R. Missing thermal energy of the intrac-luster medium. *MNRAS* **378**, 293, 2007.
- ALBRECHT, A., BATTYE, R. A., ROBINSON, J. The Case against Scaling Defect Models of Co-smic Structure Formation. *Physical Review Letters* **79**, 4736, 1997.
- ALLEN, S. W., SCHMIDT, R. W., EBELING, H., FABIAN, A. C., VAN SPEYBROECK, L. Constraints on dark energy from Chandra observations of the largest relaxed galaxy clusters. *MNRAS* **353**, 457, 2004.
- ALNES, H., AMARZGUIQUI, M., GRØN, Ø. Inhomogeneous alternative to dark energy? *Phys. Rev. D* **73**(8), 083519, 2006.
- AMENDOLA, L. Perturbations in a coupled scalar field cosmology. *MNRAS* **312**, 521, 2000.
- AMENDOLA, L., GASPERINI, M., PIAZZA, F. Fitting type Ia supernovae with coupled dark energy. *Journal of Cosmology and Astro-Particle Physics* **9**, 14, 2004.
- AMENDOLA, L., TOCCHINI-VALENTINI, D. Baryon bias and structure formation in an accelerating universe. *Phys. Rev. D* **66**(4), 043528, 2002.
- ANDERSON, G. W., CARROLL, S. M. Dark Matter with Time-Dependent Mass. W L. Roszkowski, red., COSMO-97, First International Workshop on Particle Physics and the Early Universe, str. 227–+. 1998.
- APPEL, A. W. An Efficient Program for Many-Body Simulation. *SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing* **6**(1), 85, 1985.
- ASHOORIOON, A., KEMPF, A., MANN, R. B. Minimum length cutoff in inflation and uniqueness of the action. *Phys. Rev. D* **71**(2), 023503, 2005.
- BAGLA, J. S., RAY, S. Comments on the size of the simulation box in cosmological N-body simulations. *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **358**, 1076, 2005.

- BAHCALL, N. A., DONG, F., BODE, P., KIM, R., ANNIS, J., MCKAY, T. A., HANSEN, S., SCHROEDER, J., GUNN, J., OSTRIKER, J. P., POSTMAN, M., NICHOL, R. C., MILLER, C., GOTO, T., BRINKMANN, J., KNAPP, G. R., LAMB, D. O., SCHNEIDER, D. P., VOGLEY, M. S., YORK, D. G. The Cluster Mass Function from Early Sloan Digital Sky Survey Data: Cosmological Implications. *ApJ* **585**, 182, 2003.
- BALDI, M. Simulations of structure formation in interacting dark energy cosmologies. *Nuclear Physics B Proceedings Supplements* **194**, 178, 2009.
- BALDI, M., PETTORINO, V., ROBBERS, G., SPRINGEL, V. Hydrodynamical N-body simulations of coupled dark energy cosmologies. *MNRAS* str. 425–+, 2010.
- BARDEEN, J. M., BOND, J. R., KAISER, N., SZALAY, A. S. The statistics of peaks of Gaussian random fields. *ApJ* **304**, 15, 1986.
- BARNES, J., HUT, P. A hierarchical $O(N \log N)$ force-calculation algorithm. *Nature* **324**, 446, 1986.
- BAUGH, C. M., GAZTANAGA, E., EFSTATHIOU, G. A comparison of the evolution of density fields in perturbation theory and numerical simulations - II. Counts-in-cells analysis. *MNRAS* **274**, 1049, 1995.
- BEAN, R. Perturbation evolution with a nonminimally coupled scalar field. *Phys. Rev. D* **64**(12), 123516, 2001.
- BENNETT, C. L., BANDAY, A. J., GORSKI, K. M., HINSHAW, G., JACKSON, P., KEEGSTRA, P., KOGUT, A., SMOOT, G. F., WILKINSON, D. T., WRIGHT, E. L. Four-Year COBE DMR Cosmic Microwave Background Observations: Maps and Basic Results. *ApJ* **464**, L1+, 1996.
- BENNETT, C. L., KOGUT, A., HINSHAW, G., BANDAY, A. J., WRIGHT, E. L., GORSKI, K. M., WILKINSON, D. T., WEISS, R., SMOOT, G. F., MEYER, S. S., MATHER, J. C., LUBIN, P., LOEWENSTEIN, K., LINEWEAVER, C., KEEGSTRA, P., KAITA, E., JACKSON, P. D., CHENG, E. S. Cosmic temperature fluctuations from two years of COBE differential microwave radiometers observations. *ApJ* **436**, 423, 1994.
- BENSON, A. J., LACEY, C. G., BAUGH, C. M., COLE, S., FRENK, C. S. The effects of photoionization on galaxy formation - I. Model and results at $z=0$. *MNRAS* **333**, 156, 2002.
- BENSON, A. J., SUGIYAMA, N., NUSSER, A., LACEY, C. G. The epoch of reionization. *MNRAS* **369**, 1055, 2006a.

- BENSON, A. J., SUGIYAMA, N., NUSSER, A., LACEY, C. G. The epoch of reionization. *MNRAS* **369**, 1055, 2006b.
- BERNARDEAU, F. Skewness and kurtosis in large-scale cosmic fields. *ApJ* **433**, 1, 1994.
- BERNARDEAU, F., COLOMBI, S., GAZTAÑAGA, E., SCOCCIMARRO, R. Large-scale structure of the Universe and cosmological perturbation theory. *Phys. Rep.* **367**, 1, 2002.
- BERNARDI, M., NICHOL, R. C., SHETH, R. K., MILLER, C. J., BRINKMANN, J. Evolution and Environment of Early-Type Galaxies. *AJ* **131**, 1288, 2006.
- BERTSCHINGER, E., JUSZKIEWICZ, R. Searching for the great attractor. *ApJ* **334**, L59, 1988.
- BETT, P., EKE, V., FRENK, C. S., JENKINS, A., HELLY, J., NAVARRO, J. The spin and shape of dark matter haloes in the Millennium simulation of a Λ cold dark matter universe. *MNRAS* **376**, 215, 2007.
- BOLEJKO, K. Zastosowanie niejednorodnych modeli ogólnej teorii względności w kosmologii. Rozprawa doktorska, Centrum Astronomiczne im. Mikołaja Kopernika PAN, 2007.
- BOLEJKO, K., ANDERSSON, L. Apparent and average accelerations of the Universe. *Journal of Cosmology and Astro-Particle Physics* **10**, 3, 2008.
- BOLEJKO, K., WYITHE, J. S. B. Testing the copernican principle via cosmological observations. *Journal of Cosmology and Astro-Particle Physics* **2**, 20, 2009.
- BOLTZMANN, L. Weitere Studien über das Wärmegleichgewicht unter Gasmolekülen. *Wiener Berichte* **66**, 275, 1872.
- BOND, J. R., KOFFMAN, L., POGOSYAN, D. How filaments of galaxies are woven into the cosmic web. *Nature* **380**, 603, 1996.
- BOND, J. R., MYERS, S. T. The Peak-Patch Picture of Cosmic Catalogs. I. Algorithms. *ApJS* **103**, 1, 1996.
- BOUCHET, F. R., PETER, P., RIAZUELO, A., SAKELLARIADOU, M. Evidence against or for topological defects in the BOOMERanG data? *Phys. Rev. D* **65**(2), 021301, 2002.
- BOUWENS, R. J., ILLINGWORTH, G. D., LABBE, I., OESCH, P. A., CAROLLO, M., TRENTI, M., VAN DOKKUM, P. G., FRANX, M., STIAVELLI, M., GONZALEZ, V., MAGEE, D. Constraints on the First Galaxies: $z \sim 10$ Galaxy Candidates from HST WFC3/IR. *ArXiv e-prints* 2009.

- BOUWENS, R. J., ILLINGWORTH, G. D., OESCH, P. A., STIAVELLI, M., VAN DOKKUM, P., TRENTI, M., MAGEE, D., LABBÉ, I., FRANX, M., CAROLLO, C. M., GONZALEZ, V. Discovery of $z \sim 8$ Galaxies in the Hubble Ultra Deep Field from Ultra-Deep WFC3/IR Observations. *ApJ* **709**, L133, 2010.
- BOWER, R. G., BENSON, A. J., MALBON, R., HELLY, J. C., FRENK, C. S., BAUGH, C. M., COLE, S., LACEY, C. G. Breaking the hierarchy of galaxy formation. *MNRAS* **370**, 645, 2006.
- BROADHURST, T., BENÍTEZ, N., COE, D., SHARON, K., ZEKSER, K., WHITE, R., FORD, H., BOUWENS, R., BLAKESLEE, J., CLAMPIN, M., CROSS, N., FRANX, M., FRYE, B., HARTIG, G., ILLINGWORTH, G., INFANTE, L., MENANTEAU, F., MEURER, G., POSTMAN, M., ARDILA, D. R., BARTKO, F., BROWN, R. A., BURROWS, C. J., CHENG, E. S., FELDMAN, P. D., GOLIMOWSKI, D. A., GOTO, T., GRONWALL, C., HERRANZ, D., HOLDEN, B., HOMEIER, N., KRIST, J. E., LESSER, M. P., MARTEL, A. R., MILEY, G. K., ROSATI, P., SIRIANNI, M., SPARKS, W. B., STEINDLING, S., TRAN, H. D., TSVETANOV, Z. I., ZHENG, W. Strong-Lensing Analysis of A1689 from Deep Advanced Camera Images. *ApJ* **621**, 53, 2005a.
- BROADHURST, T., TAKADA, M., UMETSU, K., KONG, X., ARIMOTO, N., CHIBA, M., FUTAMASE, T. The Surprisingly Steep Mass Profile of A1689, from a Lensing Analysis of Subaru Images. *ApJ* **619**, L143, 2005b.
- BROADHURST, T., UMETSU, K., MEDEZINSKI, E., OGURI, M., REPHAELI, Y. Comparison of Cluster Lensing Profiles with Λ CDM Predictions. *ApJ* **685**, L9, 2008.
- BULLOCK, J. S., DEKEL, A., KOLATT, T. S., KRAVTSOV, A. V., KLYPIN, A. A., PORCIANI, C., PRIMACK, J. R. A Universal Angular Momentum Profile for Galactic Halos. *Astrophys. J.* **555**, 240, 2001.
- BULLOCK, J. S., KRAVTSOV, A. V., WEINBERG, D. H. Reionization and the Abundance of Galactic Satellites. *ApJ* **539**, 517, 2000.
- CASAS, J. A., GARCIA-BELLIDO, J., QUIROS, M. Scalar-tensor theories of gravity with Φ -dependent masses. *Classical and Quantum Gravity* **9**, 1371, 1992.
- CATELAN, P., THEUNS, T. Evolution of the angular momentum of protogalaxies from tidal torques: Zel'dovich approximation. *MNRAS* **282**, 436, 1996.
- CEN, R. The Universe Was Reionized Twice. *ApJ* **591**, 12, 2003.

- CEN, R. Cosmological reionization in LCDM models with and without a scalar field. *New Astronomy Review* **50**, 191, 2006a.
- CEN, R. Cosmological reionization in LCDM models with and without a scalar field. *New Astronomy Review* **50**, 191, 2006b.
- COLE, S., LACEY, C. The structure of dark matter haloes in hierarchical clustering models. *MNRAS* **281**, 716, 1996.
- COLE, S., PERCIVAL, W. J., PEACOCK, J. A., NORBERG, P., BAUGH, C. M., FRENK, C. S., BALDRY, I., BLAND-HAWTHORN, J., BRIDGES, T., CANNON, R., COLLESS, M., COLLINS, C., COUCH, W., CROSS, N. J. G., DALTON, G., EKE, V. R., DE PROPRIIS, R., DRIVER, S. P., EFSTATHIOU, G., ELLIS, R. S., GLAZEBROOK, K., JACKSON, C., JENKINS, A., LAHAV, O., LEWIS, I., LUMSDEN, S., MADDOX, S., MADGWICK, D., PETERSON, B. A., SUTHERLAND, W., TAYLOR, K. The 2dF Galaxy Redshift Survey: power-spectrum analysis of the final data set and cosmological implications. *MNRAS* **362**, 505, 2005.
- COLLESS, M., PETERSON, B. A., JACKSON, C., PEACOCK, J. A., COLE, S., NORBERG, P., BALDRY, I. K., BAUGH, C. M., BLAND-HAWTHORN, J., BRIDGES, T., CANNON, R., COLLINS, C., COUCH, W., CROSS, N., DALTON, G., DE PROPRIIS, R., DRIVER, S. P., EFSTATHIOU, G., ELLIS, R. S., FRENK, C. S., GLAZEBROOK, K., LAHAV, O., LEWIS, I., LUMSDEN, S., MADDOX, S., MADGWICK, D., SUTHERLAND, W., TAYLOR, K. The 2dF Galaxy Redshift Survey: Final Data Release. *ArXiv Astrophysics e-prints* 2003.
- COLOMBI, S., BOUCHET, F. R., SCHAEFFER, R. Large scale structure statistics: Finite volume effects. *A&A* **281**, 301, 1994.
- COMELLI, D., PIETRONI, M., RIOTTO, A. Dark energy and dark matter. *Physics Letters B* **571**, 115, 2003.
- COPELAND, E. J., LIDDLE, A. R., LYTH, D. H., STEWART, E. D., WANDS, D. False vacuum inflation with Einstein gravity. *Phys. Rev. D* **49**, 6410, 1994.
- CORLEY, S., JACOBSON, T. Hawking spectrum and high frequency dispersion. *Phys. Rev. D* **54**, 1568, 1996.
- COWIE, L. L., BARGER, A. J., BAUTZ, M. W., BRANDT, W. N., GARMIRE, G. P. The Redshift Evolution of the 2-8 keV X-Ray Luminosity Function. *ApJ* **584**, L57, 2003.

- CROCCE, M., PUEBLAS, S., SCOCCIMARRO, R. Transients from initial conditions in cosmological simulations. *MNRAS* **373**, 369, 2006.
- DAMOUR, T., GIBBONS, G. W., GUNDLACH, C. Dark matter, time-varying G, and a dilaton field. *Physical Review Letters* **64**, 123, 1990.
- DAMOUR, T., PIAZZA, F., VENEZIANO, G. Violations of the equivalence principle in a dilaton-runaway scenario. *Phys. Rev. D* **66**(4), 046007, 2002.
- DAMOUR, T., POLYAKOV, A. M. String theory and gravity. *General Relativity and Gravitation* **26**, 1171, 1994.
- DE BROGLIE, L. Waves and Quanta. *Nature* **112**, 540, 1923.
- DICKE, R. H. Long-Range Scalar Interaction. *Physical Review* **126**, 1875, 1962.
- DICKE, R. H. Scalar-Tensor Gravitation and the Cosmic Fireball. *ApJ* **152**, 1, 1968.
- DISNEY, M. J., ROMANO, J. D., GARCIA-APPADOO, D. A., WEST, A. A., DALCANTON, J. J., CORTESE, L. Galaxies appear simpler than expected. *Nature* **455**, 1082, 2008.
- DOROSHKEVICH, A. G. The space structure of perturbations and the origin of rotation of galaxies in the theory of fluctuation. *Astrofizika* **6**, 581, 1970.
- DRIVER, S. P. The decade of galaxy formation: pitfalls in the path ahead. *ArXiv e-prints* 2010.
- DUNKLEY, J., KOMATSU, E., NOLTA, M. R., SPERGEL, D. N., LARSON, D., HINSHAW, G., PAGE, L., BENNETT, C. L., GOLD, B., JAROSIK, N., WEILAND, J. L., HALPERN, M., HILL, R. S., KOGUT, A., LIMON, M., MEYER, S. S., TUCKER, G. S., WOLLACK, E., WRIGHT, E. L. Five-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe Observations: Likelihoods and Parameters from the WMAP Data. *ApJS* **180**, 306, 2009.
- DURRER, R., JUSZKIEWICZ, R., KUNZ, M., UZAN, J. Skewness as a probe of non-Gaussian initial conditions. *Phys. Rev. D* **62**(2), 021301, 2000.
- DURRER, R., KUNZ, M., MELCHIORRI, A. Cosmic structure formation with topological defects. *Phys. Rep.* **364**, 1, 2002.
- EFSTATHIOU, G., JONES, B. J. T. The rotation of galaxies - Numerical investigations of the tidal torque theory. *MNRAS* **186**, 133, 1979.

- EINSTEIN, A. Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie. *Annalen der Physik* **354**, 769, 1916.
- EISENSTEIN, D. J., HU, W. Power Spectra for Cold Dark Matter and Its Variants. *ApJ* **511**, 5, 1999.
- FALL, S. M., EFSTATHIOU, G. Formation and rotation of disc galaxies with haloes. *MNRAS* **193**, 189, 1980.
- FARRAR, G. R., PEEBLES, P. J. E. Interacting Dark Matter and Dark Energy. *Astrophys. J.* **604**, 1, 2004.
- FARRAR, G. R., ROSEN, R. A. A New Force in the Dark Sector? *Phys. Rev. Lett.* **98**(17), 171302, 2007.
- FELDMAN, H., JUSZKIEWICZ, R., FERREIRA, P., DAVIS, M., GAZTAÑAGA, E., FRY, J., JAFFE, A., CHAMBERS, S., DA COSTA, L., BERNARDI, M., GIOVANELLI, R., HAYNES, M., WEGNER, G. An Estimate of Ω_m without Conventional Priors. *ApJ* **596**, L131, 2003.
- FONTANOT, F., DE LUCIA, G., MONACO, P., SOMERVILLE, R. S., SANTINI, P. The many manifestations of downsizing: hierarchical galaxy formation models confront observations. *MNRAS* **397**, 1776, 2009.
- FRANÇA, U., ROSENFELD, R. Fine Tuning in Quintessence Models with Exponential Potentials. *Journal of High Energy Physics* **10**, 15, 2002.
- FREEDMAN, W. L., MADORE, B. F., GIBSON, B. K., FERRARESE, L., KELSON, D. D., SAKAI, S., MOULD, J. R., KENNICUTT, R. C., JR., FORD, H. C., GRAHAM, J. A., HUCHRA, J. P., HUGHES, S. M. G., ILLINGWORTH, G. D., MACRI, L. M., STETSON, P. B. Final Results from the Hubble Space Telescope Key Project to Measure the Hubble Constant. *ApJ* **553**, 47, 2001.
- FRIEDMANN, A. Über die Möglichkeit einer Welt mit konstanter negativer Krümmung des Raumes. *Zeitschrift für Physik* **21**, 326, 1924.
- FRIEMAN, J. A., GRADWOHL, B.-A. Dark matter and the equivalence principle. *Physical Review Letters* **67**, 2926, 1991.
- FU, L., SEMBOLONI, E., HOEKSTRA, H., KILBINGER, M., VAN WAERBEKE, L., TERENO, I., MELLIER, Y., HEYMANS, C., COUPON, J., BENABED, K., BENJAMIN, J., BERTIN, E., DORÉ, O., HUDSON, M. J., ILBERT, O., MAOLI, R., MARMO, C., MCCracken, H. J., MÉNARD, B. Very weak

- lensing in the CFHTLS wide: cosmology from cosmic shear in the linear regime. *A&A* **479**, 9, 2008.
- FUKUGITA, M., HOGAN, C. J., PEEBLES, P. J. E. The Cosmic Baryon Budget. *ApJ* **503**, 518, 1998.
- GAZTANAGA, E. High-Order Galaxy Correlation Functions in the APM Galaxy Survey. *MNRAS* **268**, 913, 1994.
- GAZTANAGA, E., FRIEMAN, J. A. Bias and high-order galaxy correlation functions in the APM galaxy survey. *ApJ* **437**, L13, 1994.
- GILL, S. P. D., KNEBE, A., GIBSON, B. K. The evolution of substructure - I. A new identification method. *MNRAS* **351**, 399, 2004.
- GINGOLD, R. A., MONAGHAN, J. J. Smoothed particle hydrodynamics - Theory and application to non-spherical stars. *MNRAS* **181**, 375, 1977.
- GOLDBERG, D. M., VOGLEY, M. S. Simulating Voids. *ApJ* **605**, 1, 2004.
- GONZÁLEZ, V., LABBÉ, I., BOUWENS, R. J., ILLINGWORTH, G., FRANX, M., KRIEK, M., BRAMMER, G. B. The Stellar Mass Density and Specific Star Formation Rate of the Universe at $z \sim 7$. *ApJ* **713**, 115, 2010a.
- GONZÁLEZ, V., LABBÉ, I., BOUWENS, R. J., ILLINGWORTH, G., FRANX, M., KRIEK, M., BRAMMER, G. B. The Stellar Mass Density and Specific Star Formation Rate of the Universe at $z \sim 7$. *ApJ* **713**, 115, 2010b.
- GOTTLÖBER, S., ŁOKAS, E. L., KLYPIN, A., HOFFMAN, Y. The structure of voids. *MNRAS* **344**, 715, 2003.
- GOVERNATO, F., BABUL, A., QUINN, T., TOZZI, P., BAUGH, C. M., KATZ, N., LAKE, G. Properties of galaxy clusters: mass and correlation functions. *MNRAS* **307**, 949, 1999.
- GOVERNATO, F., WILLMAN, B., MAYER, L., BROOKS, A., STINSON, G., VALENZUELA, O., WADSLEY, J., QUINN, T. Forming disc galaxies in Λ CDM simulations. *MNRAS* **374**, 1479, 2007.
- GRADWOHL, B.-A., FRIEMAN, J. A. Dark matter, long-range forces, and large-scale structure. *Astrophys. J.* **398**, 407, 1992.

- GROSS, M. A. K. Cdm-Variant Cosmological Models: Nonlinear Comparisons Including Large-Scale Constrained Realizations. Rozprawa doktorska, AA(UNIVERSITY OF CALIFORNIA, SANTA CRUZ), 1997.
- GUBSER, S. S., PEEBLES, P. J. E. Cosmology with a dynamically screened scalar interaction in the dark sector. *Phys. Rev. D* **70**(12), 123511, 2004a.
- GUBSER, S. S., PEEBLES, P. J. E. Structure formation in a string-inspired modification of the cold dark matter model. *Phys. Rev. D* **70**(12), 123510, 2004b.
- GUILLET, T., TEYSSIER, R., COLOMBI, S. The effect of baryons on the variance and the skewness of the mass distribution in the universe at small scales. *ArXiv e-prints* 2009.
- GUTH, A. H. Inflationary universe: A possible solution to the horizon and flatness problems. *Phys. Rev. D* **23**, 347, 1981.
- HAIMAN, Z. Constraints from Gravitational Recoil on the Growth of Supermassive Black Holes at High Redshift. *ApJ* **613**, 36, 2004.
- HAMMER, F., PUECH, M., CHEMIN, L., FLORES, H., LEHNERT, M. D. The Milky Way, an Exceptionally Quiet Galaxy: Implications for the Formation of Spiral Galaxies. *ApJ* **662**, 322, 2007.
- HARRISON, E. R. Fluctuations at the Threshold of Classical Cosmology. *Phys. Rev. D* **1**, 2726, 1970.
- HELLWING, W. A. Galactic halos in cosmology with long-range scalar DM interaction. *Annalen der Physik* **19**(3-5), 351, 2010.
- HELLWING, W. A., JUSZKIEWICZ, R. Dark matter gravitational clustering with a long-range scalar interaction. *Phys. Rev. D* **80**(8), 083522, 2009.
- HELLWING, W. A., KNOLLMANN, S. R., KNEBE, A. Boosting hierarchical structure formation with self-interacting dark matter. *ArXiv e-prints* 2010.
- HINDMARSH, M. B., KIBBLE, T. W. B. Cosmic strings. *Reports on Progress in Physics* **58**, 477, 1995.
- HO, S., HIRATA, C., PADMANABHAN, N., SELJAK, U., BAHCALL, N. Correlation of CMB with large-scale structure. I. Integrated Sachs-Wolfe tomography and cosmological implications. *Phys. Rev. D* **78**(4), 043519, 2008.

- HOCKNEY, R. W., EASTWOOD, J. W. Computer Simulation Using Particles. 1981.
- HOEFT, M., YEPES, G., GOTTLÖBER, S., SPRINGEL, V. Dwarf galaxies in voids: suppressing star formation with photoheating. *MNRAS* **371**, 401, 2006.
- HOEKSTRA, H., HSIEH, B. C., YEE, H. K. C., LIN, H., GLADDERS, M. D. Virial Masses and the Baryon Fraction in Galaxies. *ApJ* **635**, 73, 2005.
- HOGG, D. W., BLANTON, M. R., BRINCHMANN, J., EISENSTEIN, D. J., SCHLEGEL, D. J., GUNN, J. E., MCKAY, T. A., RIX, H., BAHCALL, N. A., BRINKMANN, J., MEIKSIN, A. The Dependence on Environment of the Color-Magnitude Relation of Galaxies. *ApJ* **601**, L29, 2004.
- HOYLE, F. The Origin of the Rotations of the Galaxies. W Problems of Cosmical Aerodynamics, str. 195—+. 1951.
- HUBBLE, E. A Relation between Distance and Radial Velocity among Extra-Galactic Nebulae. *Proceedings of the National Academy of Science* **15**, 168, 1929.
- IGUCHI, H., NAKAMURA, T., NAKAO, K. Is Dark Energy the Only Solution to the Apparent Acceleration of the Present Universe? *Progress of Theoretical Physics* **108**, 809, 2002.
- JORDAN, P. Zum gegenwärtigen Stand der Diracschen kosmologischen Hypothesen. *Zeitschrift für Physik* **157**, 112, 1959.
- JUSZKIEWICZ, R., BOUCHET, F. R., COLOMBI, S. Skewness induced by gravity. *ApJ* **412**, L9, 1993a.
- JUSZKIEWICZ, R., BOUCHET, F. R., COLOMBI, S. Skewness induced by gravity. *Astrophys. J. Lett.* **412**, L9, 1993b.
- JUSZKIEWICZ, R., FERREIRA, P. G., FELDMAN, H. A., JAFFE, A. H., DAVIS, M. Evidence for a Low-Density Universe from the Relative Velocities of Galaxies. *Science* **287**, 109, 2000.
- KARACHENTSEV, I. D., KARACHENTSEVA, V. E., HUCHTMEIER, W. K., MAKAROV, D. I. A Catalog of Neighboring Galaxies. *AJ* **127**, 2031, 2004.
- KATZ, N., WEINBERG, D. H., HERNQUIST, L. Cosmological Simulations with TreeSPH. *ApJS* **105**, 19, 1996.
- KAZANTZIDIS, S., MAYER, L., MASTROPIETRO, C., DIEMAND, J., STADEL, J., MOORE, B. Density Profiles of Cold Dark Matter Substructure: Implications for the Missing-Satellites Problem. *ApJ* **608**, 663, 2004.

- KEMPF, A. Mode generating mechanism in inflation with a cutoff. *Phys. Rev. D* **63**(8), 083514, 2001.
- KESELMAN, J. A., NUSSER, A., PEEBLES, P. J. E. Cosmology with equivalence principle breaking in the dark sector. *Phys. Rev. D* **81**(6), 063521, 2010.
- KIBBLE, T. W. B. Some implications of a cosmological phase transition. *Phys. Rep.* **67**, 183, 1980.
- KLYPIN, A., HOLTZMAN, J. Particle-Mesh code for cosmological simulations. *ArXiv e-prints* 1997.
- KLYPIN, A., KRAVTSOV, A. V., VALENZUELA, O., PRADA, F. Where Are the Missing Galactic Satellites? *ApJ* **522**, 82, 1999.
- KNOLLMANN, S. R., KNEBE, A. AHF: Amiga's Halo Finder. *ApJS* **182**, 608, 2009.
- KOGUT, A., SPERGEL, D. N., BARNES, C., BENNETT, C. L., HALPERN, M., HINSHAW, G., JAROSIK, N., LIMON, M., MEYER, S. S., PAGE, L., TUCKER, G. S., WOLLACK, E., WRIGHT, E. L. First-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Temperature-Polarization Correlation. *ApJS* **148**, 161, 2003a.
- KOGUT, A., SPERGEL, D. N., BARNES, C., BENNETT, C. L., HALPERN, M., HINSHAW, G., JAROSIK, N., LIMON, M., MEYER, S. S., PAGE, L., TUCKER, G. S., WOLLACK, E., WRIGHT, E. L. First-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Temperature-Polarization Correlation. *ApJS* **148**, 161, 2003b.
- KOMATSU, E., DUNKLEY, J., NOLTA, M. R., BENNETT, C. L., GOLD, B., HINSHAW, G., JAROSIK, N., LARSON, D., LIMON, M., PAGE, L., SPERGEL, D. N., HALPERN, M., HILL, R. S., KOGUT, A., MEYER, S. S., TUCKER, G. S., WEILAND, J. L., WOLLACK, E., WRIGHT, E. L. Five-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe Observations: Cosmological Interpretation. *ApJS* **180**, 330, 2009.
- KOMATSU, E., SMITH, K. M., DUNKLEY, J., BENNETT, C. L., GOLD, B., HINSHAW, G., JAROSIK, N., LARSON, D., NOLTA, M. R., PAGE, L., SPERGEL, D. N., HALPERN, M., HILL, R. S., KOGUT, A., LIMON, M., MEYER, S. S., ODEGARD, N., TUCKER, G. S., WEILAND, J. L., WOLLACK, E., WRIGHT, E. L. Seven-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Cosmological Interpretation. *ArXiv e-prints* 2010.

- KORMENDY, J., FISHER, D. B. Secular Evolution in Disk Galaxies: The Growth of Pseudo-bulges and Problems for Cold Dark Matter Galaxy Formation. W S. Torres-Peimbert & G. MacAlpine, red., *Revista Mexicana de Astronomia y Astrofisica Conference Series*, tom 23 z serii *Revista Mexicana de Astronomia y Astrofisica Conference Series*, str. 101–108. 2005.
- KOWALSKI, M., RUBIN, D., ALDERING, G., AGOSTINHO, R. J., AMADON, A., AMANULLAH, R., BAL-
LAND, C., BARBARY, K., BLANC, G., CHALLIS, P. J., CONLEY, A., CONNOLLY, N. V., COVARRUBIAS,
R., DAWSON, K. S., DEUSTUA, S. E., ELLIS, R., FABBRO, S., FADEYEV, V., FAN, X., FARRIS, B.,
FOLATELLI, G., FRYE, B. L., GARAVINI, G., GATES, E. L., GERMANY, L., GOLDBERGER, G., GOLD-
MAN, B., GOOBAR, A., GROOM, D. E., HAISSINSKI, J., HARDIN, D., HOOK, I., KENT, S., KIM,
A. G., KNOP, R. A., LIDMAN, C., LINDER, E. V., MENDEZ, J., MEYERS, J., MILLER, G. J., MO-
NIEZ, M., MOURÃO, A. M., NEWBERG, H., NOBILI, S., NUGENT, P. E., PAIN, R., PERDEREAU, O.,
PERLMUTTER, S., PHILLIPS, M. M., PRASAD, V., QUIMBY, R., REGNAULT, N., RICH, J., RUBEN-
STEIN, E. P., RUIZ-LAPUENTE, P., SANTOS, F. D., SCHAEFER, B. E., SCHOMMER, R. A., SMITH,
R. C., SODERBERG, A. M., SPADAFORA, A. L., STOLGER, L., STROVINK, M., SUNTZEFF, N. B.,
SUZUKI, N., THOMAS, R. C., WALTON, N. A., WANG, L., WOOD-VASEY, W. M., YUN, J. L.
Improved Cosmological Constraints from New, Old, and Combined Supernova Data Sets.
ApJ **686**, 749, 2008.
- KOWALSKI-GLIKMAN, J. Testing dispersion relations of quantum $/\kappa$ -Poincaré algebra on co-
smological ground. *Physics Letters B* **499**, 1, 2001.
- KRAVTSOV, A. V., GNEDIN, O. Y., KLYPIN, A. A. The Tumultuous Lives of Galactic Dwarfs
and the Missing Satellites Problem. *ApJ* **609**, 482, 2004a.
- KRAVTSOV, A. V., GNEDIN, O. Y., KLYPIN, A. A. The Tumultuous Lives of Galactic Dwarfs
and the Missing Satellites Problem. *ApJ* **609**, 482, 2004b.
- LA, D., STEINHARDT, P. J. Extended inflationary cosmology. *Physical Review Letters* **62**, 376,
1989.
- LACEY, C., COLE, S. Merger rates in hierarchical models of galaxy formation. *MNRAS* **262**,
627, 1993.
- LACEY, C., COLE, S. Merger Rates in Hierarchical Models of Galaxy Formation - Part Two -
Comparison with N-Body Simulations. *MNRAS* **271**, 676, 1994.

- LEMZE, D., BARKANA, R., BROADHURST, T. J., REPHAELI, Y. Mass and gas profiles in A1689: joint X-ray and lensing analysis. *MNRAS* **386**, 1092, 2008.
- LIDDLE, A. R., LYTH, D. H. The cold dark matter density perturbation. *Phys. Rep.* **231**, 1, 1993.
- LIN, W. P., JING, Y. P., LIN, L. Formation time-distribution of dark matter haloes: theories versus N-body simulations. *MNRAS* **344**, 1327, 2003a.
- LIN, Y., MOHR, J. J., STANFORD, S. A. Near-Infrared Properties of Galaxy Clusters: Luminosity as a Binding Mass Predictor and the State of Cluster Baryons. *ApJ* **591**, 749, 2003b.
- LINDE, A. Hybrid inflation. *Phys. Rev. D* **49**, 748, 1994.
- LUCY, L. B. A numerical approach to the testing of the fission hypothesis. *AJ* **82**, 1013, 1977.
- LUO, X., SCHRAMM, D. N. Kurtosis, skewness, and non-Gaussian cosmological density perturbations. *ApJ* **408**, 33, 1993.
- MACCIÒ, A. V., DUTTON, A. A., VAN DEN BOSCH, F. C., MOORE, B., POTTER, D., STADEL, J. Concentration, spin and shape of dark matter haloes: scatter and the dependence on mass and environment. *MNRAS* **378**, 55, 2007.
- MADAU, P., DIEMAND, J., KUHLEN, M. Dark Matter Subhalos and the Dwarf Satellites of the Milky Way. *ApJ* **679**, 1260, 2008.
- MARTIN, J., BRANDENBERGER, R. H. Trans-Planckian problem of inflationary cosmology. *Phys. Rev. D* **63**(12), 123501, 2001.
- MAYER, L., GOVERNATO, F., KAUFMANN, T. The formation of disk galaxies in computer simulations. *Advanced Science Letters* **1**, 7, 2008.
- MCGAUGH, S. S. The Halo by Halo Missing Baryon Problem. W J. Davies & M. Disney, red., IAU Symposium, tom 244 z serii *IAU Symposium*, str. 136–145. 2008.
- MCGAUGH, S. S., SCHOMBERT, J. M., DE BLOK, W. J. G., ZAGURSKY, M. J. The Baryon Content of Cosmic Structures. *ApJ* **708**, L14, 2010.
- MCMILLAN, S. L. W., AARSETH, S. J. An $O(N \log N)$ integration scheme for collisional stellar systems. *ApJ* **414**, 200, 1993.

- MEYER, M. J., ZWAAN, M. A., WEBSTER, R. L., STAVELEY-SMITH, L., RYAN-WEBER, E., DRINKWATER, M. J., BARNES, D. G., HOWLETT, M., KILBORN, V. A., STEVENS, J., WAUGH, M., PIERCE, M. J., BHATHAL, R., DE BLOK, W. J. G., DISNEY, M. J., ECKERS, R. D., FREEMAN, K. C., GARCIA, D. A., GIBSON, B. K., HARNETT, J., HENNING, P. A., JERJEN, H., KESTEVEN, M. J., KNEZEK, P. M., KORIBALSKI, B. S., MADER, S., MARQUARDING, M., MINCHIN, R. F., O'BRIEN, J., OOSTERLOO, T., PRICE, R. M., PUTMAN, M. E., RYDER, S. D., SADLER, E. M., STEWART, I. M., STOOTMAN, F., WRIGHT, A. E. The HIPASS catalogue - I. Data presentation. *MNRAS* **350**, 1195, 2004.
- MILNE, E. A. World-Structure and the Expansion of the Universe. Mit 6 Abbildungen. *Zeitschrift fur Astrophysik* **6**, 1, 1933.
- MO, H. J., MAO, S., WHITE, S. D. M. The formation of galactic discs. *MNRAS* **295**, 319, 1998.
- MO, H. J., WHITE, S. D. M. An analytic model for the spatial clustering of dark matter haloes. *MNRAS* **282**, 347, 1996.
- MONAGHAN, J. J. SPH and Riemann Solvers. *Journal of Computational Physics* **136**, 298, 1997.
- MONAGHAN, J. J., LATTANZIO, J. C. A refined particle method for astrophysical problems. *A&A* **149**, 135, 1985.
- MOORE, B. The dark matter crisis. W J. C. Wheeler & H. Martel, red., 20th Texas Symposium on relativistic astrophysics, tom 586 z serii *American Institute of Physics Conference Series*, str. 73–82. 2001.
- NAVARRO, J. F., FRENK, C. S., WHITE, S. D. M. A Universal Density Profile from Hierarchical Clustering. *ApJ* **490**, 493, 1997.
- NESSERIS, S., PERIVOLAROPOULOS, L. Comparison of cosmological models using recent supernova data. *Phys. Rev. D* **70**(4), 043531, 2004.
- NOLTA, M. R., DUNKLEY, J., HILL, R. S., HINSHAW, G., KOMATSU, E., LARSON, D., PAGE, L., SPERGEL, D. N., BENNETT, C. L., GOLD, B., JAROSIK, N., ODEGARD, N., WEILAND, J. L., WOLLAKE, E., HALPERN, M., KOGUT, A., LIMON, M., MEYER, S. S., TUCKER, G. S., WRIGHT, E. L. Five-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe Observations: Angular Power Spectra. *ApJS* **180**, 296, 2009.

- NORDSTRÖM, G. Zur Theorie der Gravitation vom Standpunkt des Relativitätsprinzips. *Annalen der Physik* **347**, 533, 1913.
- NUSSER, A., GUBSER, S. S., PEEBLES, P. J. Structure formation with a long-range scalar dark matter interaction. *Phys. Rev. D* **71**(8), 083505, 2005.
- OUCHI, M., MOBASHER, B., SHIMASAKU, K., FERGUSON, H. C., FALL, S. M., ONO, Y., KASHIKAWA, N., MOROKUMA, T., NAKAJIMA, K., OKAMURA, S., DICKINSON, M., GIAVALISCO, M., OHTA, K. Large Area Survey for $z = 7$ Galaxies in SDF and GOODS-N: Implications for Galaxy Formation and Cosmic Reionization. *ApJ* **706**, 1136, 2009.
- PADMANABHAN, T. Accelerated expansion of the universe driven by tachyonic matter. *Phys. Rev. D* **66**(2), 021301, 2002.
- PADMANABHAN, T. Advanced Topics in Cosmology: A Pedagogical Introduction. W S. Daflon, J. Alcaniz, E. Telles, & R. de la Reza, red., Graduate School in Astronomy: X, tom 843 z serii *American Institute of Physics Conference Series*, str. 111–166. 2006.
- PEACOCK, J. A., DODDS, S. J. Non-linear evolution of cosmological power spectra. *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **280**, L19, 1996.
- PEEBLES, P. J. E. Origin of the Angular Momentum of Galaxies. *ApJ* **155**, 393, 1969.
- PEEBLES, P. J. E. The large-scale structure of the universe. Research supported by the National Science Foundation. Princeton, N.J., Princeton University Press, 1980. 435 p., 1980.
- PEEBLES, P. J. E. The Void Phenomenon. *ApJ* **557**, 495, 2001.
- PEEBLES, P. J. E. Galaxies as a cosmological test. *Nuovo Cimento B Serie* **122**, 1035, 2007.
- PEEBLES, P. J. E., NUSSER, A. Nearby Galaxies and Problems of Structure Formation; a Review. *ArXiv e-prints* 2010.
- PERCIVAL, W. J., REID, B. A., EISENSTEIN, D. J., BAHCALL, N. A., BUDAVARI, T., FRIEMAN, J. A., FUKUGITA, M., GUNN, J. E., IVEZIĆ, Ž., KNAPP, G. R., KRON, R. G., LOVEDAY, J., LUPTON, R. H., MCKAY, T. A., MEIKSIN, A., NICHOL, R. C., POPE, A. C., SCHLEGEL, D. J., SCHNEIDER, D. P., SPERGER, D. N., STOUGHTON, C., STRAUSS, M. A., SZALAY, A. S., TEGMARK, M., VOGLEY, M. S., WEINBERG, D. H., YORK, D. G., ZEHAVI, I. Baryon acoustic oscillations in the Sloan Digital Sky Survey Data Release 7 galaxy sample. *MNRAS* **401**, 2148, 2010.

- PERLMUTTER, S., ALDERING, G., GOLDBABER, G., KNOP, R. A., NUGENT, P., CASTRO, P. G., DEUSTUA, S., FABBRO, S., GOOBAR, A., GROOM, D. E., HOOK, I. M., KIM, A. G., KIM, M. Y., LEE, J. C., NUNES, N. J., PAIN, R., PENNYPACKER, C. R., QUIMBY, R., LIDMAN, C., ELLIS, R. S., IRWIN, M., McMAHON, R. G., RUIZ-LAPUENTE, P., WALTON, N., SCHAEFER, B., BOYLE, B. J., FILIPPENKO, A. V., MATHESON, T., FRUCHTER, A. S., PANAGIA, N., NEWBERG, H. J. M., COUCH, W. J., THE SUPERNOVA COSMOLOGY PROJECT. Measurements of Omega and Lambda from 42 High-Redshift Supernovae. *ApJ* **517**, 565, 1999.
- POTTER, D. Metody obliczeniowe fizyki. 1977.
- POWER, C., KNEBE, A. The impact of box size on the properties of dark matter haloes in cosmological simulations. *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **370**, 691, 2006.
- POWER, C., NAVARRO, J. F., JENKINS, A., FRENK, C. S., WHITE, S. D. M., SPRINGEL, V., STADEL, J., QUINN, T. The inner structure of Λ CDM haloes - I. A numerical convergence study. *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **338**, 14, 2003.
- PRESS, W. H., SCHECHTER, P. Formation of Galaxies and Clusters of Galaxies by Self-Similar Gravitational Condensation. *ApJ* **187**, 425, 1974.
- REED, D. S., BOWER, R., FRENK, C. S., JENKINS, A., THEUNS, T. The halo mass function from the dark ages through the present day. *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **374**, 2, 2007.
- REIPRICH, T. H., BÖHRINGER, H. The Mass Function of an X-Ray Flux-limited Sample of Galaxy Clusters. *ApJ* **567**, 716, 2002.
- RIESS, A. G., FILIPPENKO, A. V., CHALLIS, P., CLOCCHIATTI, A., DIERCKS, A., GARNAVICH, P. M., GILLILAND, R. L., HOGAN, C. J., JHA, S., KIRSHNER, R. P., LEIBUNDGUT, B., PHILLIPS, M. M., REISS, D., SCHMIDT, B. P., SCHOMMER, R. A., SMITH, R. C., SPYROMILIO, J., STUBBS, C., SUNTZEFF, N. B., TONRY, J. Observational Evidence from Supernovae for an Accelerating Universe and a Cosmological Constant. *AJ* **116**, 1009, 1998.
- RIESS, A. G., MACRI, L., CASERTANO, S., SOSEY, M., LAMPEITL, H., FERGUSON, H. C., FILIPPENKO, A. V., JHA, S. W., LI, W., CHORNOCK, R., SARKAR, D. A Redetermination of the Hubble Constant with the Hubble Space Telescope from a Differential Distance Ladder. *ApJ* **699**, 539, 2009.
- ROBERTSON, B., BULLOCK, J. S., COX, T. J., DI MATTEO, T., HERNQUIST, L., SPRINGEL, V., YOSHIDA, N. A Merger-driven Scenario for Cosmological Disk Galaxy Formation. *ApJ* **645**, 986, 2006.

- ROBERTSON, H. P. On the Foundations of Relativistic Cosmology. *Proceedings of the National Academy of Science* **15**, 822, 1929.
- SHETH, R. K., MO, H. J., TORMEN, G. Ellipsoidal collapse and an improved model for the number and spatial distribution of dark matter haloes. *MNRAS* **323**, 1, 2001.
- SIMON, J. D., GEHA, M. The Kinematics of the Ultra-faint Milky Way Satellites: Solving the Missing Satellite Problem. *ApJ* **670**, 313, 2007.
- SMITH, R. E., PEACOCK, J. A., JENKINS, A., WHITE, S. D. M., FRENK, C. S., PEARCE, F. R., THOMAS, P. A., EFSTATHIOU, G., COUCHMAN, H. M. P. Stable clustering, the halo model and non-linear cosmological power spectra. *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **341**, 1311, 2003.
- SOMERVILLE, R. S. Can Photoionization Squelching Resolve the Substructure Crisis? *ApJ* **572**, L23, 2002.
- SPERGEL, D. N., BEAN, R., DORÉ, O., NOLTA, M. R., BENNETT, C. L., DUNKLEY, J., HINSHAW, G., JAROSIK, N., KOMATSU, E., PAGE, L., PEIRIS, H. V., VERDE, L., HALPERN, M., HILL, R. S., KOGUT, A., LIMON, M., MEYER, S. S., ODEGARD, N., TUCKER, G. S., WEILAND, J. L., WOLLAKE, E., WRIGHT, E. L. Three-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Implications for Cosmology. *Astrophys. J. Suppl. Ser.* **170**, 377, 2007.
- SPRINGEL, V. The cosmological simulation code GADGET-2. *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **364**, 1105, 2005.
- SPRINGEL, V., HERNQUIST, L. Cosmological smoothed particle hydrodynamics simulations: the entropy equation. *MNRAS* **333**, 649, 2002.
- SPRINGEL, V., YOSHIDA, N., WHITE, S. D. M. GADGET: a code for collisionless and gasdynamical cosmological simulations. *New Astronomy* **6**, 79, 2001.
- SRIRAMKUMAR, L., PADMANABHAN, T. Initial state of matter fields and trans-Planckian physics: Can CMB observations disentangle the two? *Phys. Rev. D* **71**(10), 103512, 2005.
- STAROBINSKY, A. A. Dynamics of phase transition in the new inflationary universe scenario and generation of perturbations. *Physics Letters B* **117**, 175, 1982.
- STAROBINSKY, A. A. Robustness of the Inflationary Perturbation Spectrum to Trans-Planckian Physics. *Soviet Journal of Experimental and Theoretical Physics Letters* **73**, 371, 2001.

- STEINMETZ, M., BARTELMANN, M. On the spin parameter of dark-matter haloes. *MNRAS* **272**, 570, 1995.
- STEWART, K. R., BULLOCK, J. S., WECHSLER, R. H., MALLER, A. H., ZENTNER, A. R. Merger Histories of Galaxy Halos and Implications for Disk Survival. *ApJ* **683**, 597, 2008a.
- STEWART, K. R., BULLOCK, J. S., WECHSLER, R. H., MALLER, A. H., ZENTNER, A. R. Merger Histories of Galaxy Halos and Implications for Disk Survival. *ApJ* **683**, 597, 2008b.
- STRIGARI, L. E., BULLOCK, J. S., KAPLINGHAT, M., DIEMAND, J., KUHLEN, M., MADAU, P. Redefining the Missing Satellites Problem. *ApJ* **669**, 676, 2007.
- SWINBANK, A. M., EDGE, A. C., SMAIL, I., STOTT, J. P., BREMER, M., SATO, Y., VAN BREUKELEN, C., JARVIS, M., WADDINGTON, I., CLEWLEY, L., BERGERON, J., COTTER, G., DYE, S., GEACH, J. E., GONZALEZ-SOLARES, E., HIRST, P., IVISON, R. J., RAWLINGS, S., SIMPSON, C., SMITH, G. P., VERMA, A., YAMADA, T. The discovery of a massive supercluster at $z = 0.9$ in the UKIDSS Deep eXtragalactic Survey. *MNRAS* **379**, 1343, 2007.
- SZAPUDI, I., COLOMBI, S. Cosmic Error and Statistics of Large-Scale Structure. *ApJ* **470**, 131, 1996.
- SZAPUDI, I., QUINN, T., STADEL, J., LAKE, G. N-Point Correlations in CDM and OmegaCDM Simulations. *ApJ* **517**, 54, 1999.
- TASITSIOMI, A., KRAVTSOV, A. V., GOTTLÖBER, S., KLYPIN, A. A. Density Profiles of Λ CDM Clusters. *ApJ* **607**, 125, 2004.
- TATEKAWA, T., MIZUNO, S. Transients from initial conditions based on Lagrangian perturbation theory in N-body simulations. *Journal of Cosmology and Astro-Particle Physics* **12**, 14, 2007.
- THOMPSON, I. B., KALUZNY, J., PYCH, W., BURLEY, G., KRZEMINSKI, W., PACZYŃSKI, B., PERSSON, S. E., PRESTON, G. W. Cluster AgeS Experiment: The Age and Distance of the Globular Cluster ω Centauri Determined from Observations of the Eclipsing Binary OGLEGC 17. *AJ* **121**, 3089, 2001.
- TIKHONOV, A. V., KLYPIN, A. The emptiness of voids: yet another overabundance problem for the Λ cold dark matter model. *MNRAS* **395**, 1915, 2009.
- TINKER, J. L., CONROY, C. The Void Phenomenon Explained. *ApJ* **691**, 633, 2009.

- TOLLERUD, E. J., BULLOCK, J. S., STRIGARI, L. E., WILLMAN, B. Hundreds of Milky Way Satellites? Luminosity Bias in the Satellite Luminosity Function. *ApJ* **688**, 277, 2008.
- UMETSU, K., BROADHURST, T. Combining Lens Distortion and Depletion to Map the Mass Distribution of A1689. *ApJ* **684**, 177, 2008.
- VAN DE WEYGAERT, R. Clusters and the Cosmic Web. *ArXiv Astrophysics e-prints* 2006.
- VAN DE WEYGAERT, R., BERTSCHINGER, E. Peak and gravity constraints in Gaussian primordial density fields: An application of the Hoffman-Ribak method. *MNRAS* **281**, 84, 1996.
- VAN HAARLEM, M., VAN DE WEYGAERT, R. Velocity Fields and Alignments of Clusters in Gravitational Instability Scenarios. *ApJ* **418**, 544, 1993.
- VOLONTERI, M., HAARDT, F., MADAU, P. The Assembly and Merging History of Supermassive Black Holes in Hierarchical Models of Galaxy Formation. *ApJ* **582**, 559, 2003.
- WALKER, A. G. Distance in an expanding universe. *MNRAS* **94**, 159, 1933.
- WALKER, T. P., STEIGMAN, G., KANG, H., SCHRAMM, D. M., OLIVE, K. A. Primordial nucleosynthesis redux. *ApJ* **376**, 51, 1991.
- WARREN, M. S., QUINN, P. J., SALMON, J. K., ZUREK, W. H. Dark halos formed via dissipationless collapse. I - Shapes and alignment of angular momentum. *ApJ* **399**, 405, 1992.
- WECHSLER, R. H., BULLOCK, J. S., PRIMACK, J. R., KRAVTSOV, A. V., DEKEL, A. Concentrations of Dark Halos from Their Assembly Histories. *Astrophys. J.* **568**, 52, 2002.
- WEINMANN, S. M., VAN DEN BOSCH, F. C., YANG, X., MO, H. J. Properties of galaxy groups in the Sloan Digital Sky Survey - I. The dependence of colour, star formation and morphology on halo mass. *MNRAS* **366**, 2, 2006.
- WETTERICH, C. An asymptotically vanishing time-dependent cosmological "constant". *A&A* **301**, 321, 1995.
- WHITE, S. D. M. Angular momentum growth in protogalaxies. *ApJ* **286**, 38, 1984.
- WHITE, S. D. M., EFSTATHIOU, G., FRENK, C. S. The amplitude of mass fluctuations in the universe. *MNRAS* **262**, 1023, 1993.
- WHITE, S. D. M., FRENK, C. S. Galaxy formation through hierarchical clustering. *ApJ* **379**, 52, 1991.

- WILLOTT, C. J., DELORME, P., REYLÉ, C., ALBERT, L., BERGERON, J., CRAMPTON, D., DELFOSSE, X., FORVEILLE, T., HUTCHINGS, J. B., MCLURE, R. J., OMONT, A., SCHADE, D. The Canada-France High- z Quasar Survey: Nine New Quasars and the Luminosity Function at Redshift 6. *AJ* **139**, 906, 2010.
- WITTEN, E. Superconducting strings. *Nuclear Physics B* **249**, 557, 1985.
- WRIGHT, S. A., LARKIN, J. E., LAW, D. R., STEIDEL, C. C., SHAPLEY, A. E., ERB, D. K. Dynamics of Galactic Disks and Mergers at $z \sim 1.6$: Spatially Resolved Spectroscopy with Keck Laser Guide Star Adaptive Optics. *ApJ* **699**, 421, 2009.
- WYSE, R. F. G. The Merging History of the Milky Way Disk. W J. G. Funes & E. M. Corsini, red., *Galaxy Disks and Disk Galaxies*, tom 230 z serii *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, str. 71–80. 2001.
- YAMILA YARYURA, C., BAUGH, C. M., ANGULO, R. E. Are the 2dFGRS superstructures a problem for hierarchical models? *ArXiv e-prints* 2010.
- YOSHIDA, N., ABEL, T., HERNQUIST, L., SUGIYAMA, N. Simulations of Early Structure Formation: Primordial Gas Clouds. *ApJ* **592**, 645, 2003.
- YUKAWA, H. On the Interaction of Elementary Particles. *Proceedings of the Physico-Mathematical Society of Japan* **17**, 48, 1935.
- ZEL'DOVICH, Y. B. Gravitational instability: An approximate theory for large density perturbations. *A&A* **5**, 84, 1970.
- ZELDOVICH, Y. B. A hypothesis, unifying the structure and the entropy of the Universe. *MNRAS* **160**, 1P, 1972.
- ŁOKAS, E. L., JUSZKIEWICZ, R., WEINBERG, D. H., BOUCHET, F. R. Kurtosis of large-scale cosmic fields. *MNRAS* **274**, 730, 1995.